

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين
الموضوع الأول

التمرين الأول : 03 نقاط

a, b و n أعداد طبيعية بحيث : $a = 3n+2$ و $b = 2n+1$.

1/ أثبت أن a و b أوليان فيما بينهما.

2/ لتكن في $Z \times Z$ المعادلة ذات المجهول (x, y) : (1) $3x - 4y = 304$

أ- عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون (a, b) حلا للمعادلة (1).

ب- استنتج حلا خاصاً للمعادلة (1).

ج- بين أنه إذا كان (x, y) حل للمعادلة (1) فإن $(x - 908, y - 605)$ حل للمعادلة (1) ثم استنتج الأزواج (x, y) حلول المعادلة (1)

3/ عين الزوج الطبيعي (x_0, y_0) الذي يحقق الجملة

$$\begin{cases} 3x_0 - 4y_0 = 304 \\ ppcm(x_0, y_0) = 2333856 \end{cases}$$

التمرين الثاني : 05 نقاط

المستوي المركب $\mathbb{C}$ إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$

1/ حل في C المعادلة : $(z^2 + 1)(z^2 - 2 - 2i\sqrt{3}) = 0$

2/ نعتبر النقط A, B, C, D لواحقتها $z_A = \sqrt{3} + i$; $z_B = \sqrt{3} - i$; $z_C = i$; $z_D = 1$

أ/ أكتب كل من z_A, z_B, z_C و $\frac{z_A}{z_B}$ على شكلها الأسّي.

ب/ استنتج قياساً للزاوية الموجهة $(\vec{OA}, \vec{OB})$ و طبيعة المثلث OAB .

ج/ عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n$ تخيلياً صرفاً موجباً.

3/ أ- عين العبارة المركبة للتشابه المباشر S الذي يحقق $S(A) = A$ و $S(B) = C$ محددا عناصره المميزة.

ب- عين و أنشئ القطعة $[B'C']$ صورة القطعة المستقيمة $[BC]$ بالتشابه S مستنتجا مساحة المثلث $AB'C'$.

4/ عين (E) مجموعة النقط M من المستوي صور العدد المركب z حيث : $z = -1 - 2i - ke^{\frac{i\pi}{4}}$ مع $k \in \mathbb{R}$ ، ثم بين أن D هي D إلى (E).

التمرين الثالث : 04 نقاط

الفضاء $\mathbb{R}^3$ إلى معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر النقط $A(1; 3; 4)$ و $B(-1; 4; 4)$ و $C(3; 1; 2)$

1/ أ/ أثبت أن النقط A, B, C ليست في استقامية.

ب/ أثبت أن الشعاع $(-1; 2; 1)$ $\vec{n}$ ناظم للمستوي (ABC) ثم عين المعادلة الديكارتيّة لهذا المستوي.

2/ (P) مستوي تمثيله الوسيطى :

$$\begin{cases} x = 1 + 2m + t \\ y = 1 + m \\ z = 5 + m + t \end{cases} \quad \begin{matrix} m \in \mathbb{R} \\ t \in \mathbb{R} \end{matrix}$$

أ/ أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) ، ثم بين أن (P) و (ABC) متعامدان.

ب/ أكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (Δ) تقاطع المستويين (P) و (ABC) .
 3/ $D(3,1,1)$ نقطة من الفضاء.

أ/ عين d_1 بعد النقطة D عن المستوي (P) و d_2 بعد النقطة D عن المستوي (ABC) .
 ب/ استنتج d_3 بعد النقطة D عن المستقيم (Δ) .

4/ نعتبر الدائرة (C) المعرفة كما يلي :

$$\begin{cases} z = 0 \\ x^2 - 2x + y^2 - 4y + 1 = 0 \end{cases}$$

أكتب المعادلة الديكارتية لسطح الكرة (S) التي تحوي الدائرة (C) ومركزها O في $\mathbb{R}^3$ على (P) .

التمرين الرابع : 08 نقاط

الجزء الأول :

g دالة عددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = e^{-x} + x - 1$
 1/ أدرس تغيرات الدالة g واحسب $g(0)$.

2/ استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$ وأنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ يكون $e^{-x} + x \geq 1$.
 الجزء الثاني :

f دالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \frac{x}{x + e^{-x}}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

1/ بين أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}^*$ $f(x) = \frac{1}{1 + \frac{1}{xe^x}}$.

2/ أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجال التعريف، ثم فسر النتائج بيانياً .

3/ بين أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ $f'(x) = \frac{x+1}{e^x (x + e^{-x})^2}$ ، ثم أدرس اتجاه تغير الدالة f مشكلاً جدول تغيراتها.

4/ أ/ عين معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلته 0.

ب/ بين أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ $f(x) - x = \frac{-xg(x)}{x + e^{-x}}$.

ج/ أدرس إشارة الفرق $f(x) - x$ مستنتجاً الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقي (Δ) .
 5/ أنشئ (Δ) و (C_f) .

6/ نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = f(|x|)$ ، h نرسم (C_h) إلى منحنى الدالة h في نفس المعلم السابق.

أ/ بين أن الدالة h زوجية، ثم بين كيف يمكن رسم (C_h) انطلاقاً من (C_f) في نفس المعلم.

ب/ m وسيط حقيقي . ناقش بيانياً وحسب قيم m عدد حلول المعادلة : $h(x) = h(m)$

الجزء الثالث :

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة كما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases} ; n \in \mathbb{N}$$

1/ برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون لدينا $0 \leq u_n \leq 1$.

2/ بين أن المتتالية (u_n) متناقصة .

3/ استنتج تقارب المتتالية (u_n) ، ثم حدد نهايتها.

الموضوع الثاني

التمرين الأول : 3,5 نقطة

نعتبر في معلم متعامد متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقط $A(1,0,2) ; B(1,1,4) ; C(-1,1,1)$

1. بين أن النقط A, B و C ليست في استقامة.

2. ليكن $\vec{n} = 3\vec{i} + 4\vec{j} - 2\vec{k}$

- بين أن $\vec{n}$ عمودي على كل من $\vec{AB}$ و $\vec{AC}$. ثم استنتج معادلة ديكرتية للمستوى (ABC) .

3. α عدد حقيقي موجب تماما نعتبر النقطتين I و G بحيث :

I مرشح الجملة $\{(A, 1), (B, 2)\}$ و G_α مرشح الجملة $\{(A, 1), (B, 2), (C, \alpha)\}$.

أ. د. ا. ج. إحداثي النقطة I ثم عبر عن الشعاع $\vec{IG}_\alpha$ بدلالة الشعاع $\vec{IC}$.

ب. بين أنه عندما يسمح α المجموعة $\mathcal{R}_+^*$ ، النقطة G_α تقترب من I باستثناء النقطتين I و C .

ج. من أجل أي قيمة للوسيط α تنطبق النقطة G_α على منتصف القطعة $[IC]$

التمرين الثاني : 4,5 نقطة

المستوي المركب $\mathbb{C}$ إلى معلم متعامد ومتجانس مباشر $(0; \vec{u}, \vec{v})$. نعتبر النقطتين A و B لاحتقاهما على الترتيب $1 - i, 7 + \frac{7}{2}i$

1/ ليكن (Δ) المستقيم ذو المعادلة $4x + 3y = 1$

- بين أن مجموعة النقط من (Δ) التي إحداثياتها أعداد صحيحة هي مجموعة النقط $M_k(3k+1, -4k-1)$ حيث $k \in \mathbb{Z}$.

2/ عين نسبة وزاوية التشابه المباشر الذي مركزه A و يحول النقطة B إلى النقطة M_{-1}

3/ ليكن S تحويل نقطي يحول النقطة $M(z)$ إلى النقطة $M'(z')$ بحيث : $z' = \frac{2}{3}i \cdot z + \frac{1}{3} - \frac{5}{3}i$

- عين صورة النقطة A بالتحويل S ، ثم عين الطبيعة والعناصر المميزة لهذا التحويل.

4/ نضع $B_1 = S(B)$ و من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $B_{n+1} = S(B_n)$

أ/ احسب الطول AB_n بدلالة n ، ثم عين الأعداد الطبيعية n التي تكون من أجلها النقط A, B_1, B_n في استقامة.

ب/ ابتداءً من أي رتبة النقط B_n تكون خارج القرص الذي مركزه A ونصف قطره $\frac{1}{10^2}$ ؟

التمرين الثالث : 05 نقاط

الجزء الأول :

1/ نعتبر الدالة f المعرفة على المحال $[0;10]$ كما يلي : $f(x) = \frac{8x-6}{x+1}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المعلم $(o, \vec{i}, \vec{j})$

- ادرس تغيرات الدالة f ثم أنشئ (C_f) والمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$.

2/ نعرف المتتالية (u_n) كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 9 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases} ; n \in \mathbb{N}$

أ/ على الورقة المليمترية وباستعمال المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) ، مثل على محور الفواصل الحدود الربعة الأولى للمتتالية (u_n) .

ب/ ضع تخميناً حول اتجاه تغير و تقارب المتتالية (u_n)

3/ أ/ برهن بالتراجع أنه : من أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} < u_n$ و $6 \leq u_n$

ب/ استنتج رتبة و تقارب المتتالية (u_n) ، ثم احسب $\lim u_n$.

ج / بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، لدينا $(u_{n+1} - 6) < \frac{2}{7}(u_n - 6)$.

د/ استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، لدينا $(u_n - 6) < \left(\frac{2}{7}\right)^n (u_0 - 6)$.

الجزء الثاني : لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرفة على N كما يلي: $v_n = \frac{u_n - 6}{u_n - 1}$.

1/ بين أن المتتالية (v_n) هندسية، يطلب أساسها و حدها الأول

2/ أكتب v_n ثم u_n بدلالة n .

3/ بسط العبارة $p_n = \ln(v_0 \times v_1 \times \dots \times v_n)$ ، ثم أحسب نهايتها لما $n \rightarrow +\infty$.

التمرين الرابع : 07 نقاط

الجزء الأول :

$f(x) = x(\ln x)^2 - 2x \ln x + 2x - 2$: كما يلي : $\mathbb{R}_+^*$ المعرفة على x المعرفة على $\mathbb{R}_+^*$: $f(x) = x(\ln x)^2 - 2x \ln x + 2x - 2$

نرمز بـ (C) إلى منحنى الدالة f في مستويين a إلى معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$. $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2 \text{ cm}$.

1/ أ/ أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب/ بين أن : $\lim_{x \rightarrow 0^+} x(\ln x)^2 = 0$ ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

ج/ بين أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}_+^*$ $f'(x) = (\ln x)^2$.

د/ أدرس اتجاه تغير الدالة f مشكلاً جدول تغيراتها.

2/ أ/ عيّن معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

ب/ أدرس وضعية (C) بالنسبة للمستقيم (Δ) ، ثم استنتج أن (C) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها.

3/ أحسب $f(0,2)$ ، $f(0,3)$ ، $f(0,5)$ ، $f(3)$ ، ثم انشئ المنحنى (C) والمستقيم (Δ) .

4/ أثبت أن المعادلة $f(x) = 1$ تقبل حلاً وحيداً α حيث : $2,9 < \alpha < 3$.

الجزء الثاني :

نعتبر الدالة h المعرفة على $]0, +\infty[$ بـ : $h(x) = \ln x$

1/ أنشئ (C_h) منحنى الدالة h في معلم آخر.

2/ باستعمال المكاملة بالتجزئة بين أن الدالة الأصلية للدالة $x \mapsto \ln x$ على المجال $]0, +\infty[$ هي الدالة $x \mapsto -x + x \ln x$

3/ عين دالة أصلية للدالة $(\ln x)^2$ على المجال $]0, +\infty[$ والتي تنعدم عند القيمة 1.

4/ أحسب A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_h) ومحور الفواصل والمستقيمين ذوي المعادلتين $x = e$ و $x = 1$

5/ أ/ أحسب $V(a)$ حجم الجسم الدوراني الناتج عن دوران المنحنى (C_h) حول محور الفواصل و المحدد على المجال $[1; a]$.

ب/ عين قيمة العدد a التي من أجلها يكون $V(a) = 8\pi \text{ cm}^2$.

تمنياتنا لكم بالتوفيق والنجاح في البكالوريا