الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

المفتشية العامة لبيداغوجيا — المقاطعة التفتيشية .عين الدفلى . شرق

الشعبة: تقني رياضي — المدة: 4 ساعات ونصف

إختبار البكالوريا التجريبية في مادة:الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول:

التمرين الأول: (04نقاط)

I) 1. عيّن تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 9^n على 11 .

2. عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد 2000^{2015} على 11 .

3. عيّن قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها العدد $9^{5n+2}+n-2$ قابلا للقسمة على 11 .

II) 1. عين الـ $PGCD(2012;2515;3521)$.

2. عيّن الأعداد الطبيعية x التي تحقق : $7x\equiv 4[5]$.

3. حل في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة : $3521x-2515y=20125 \quad ...(1)$.

4. عين الثنائيات $(x;y)$ من $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ حلول المعادلة (1) بحيث : $|y-x|\leq 4$.

التمرين الثاني: (05نقاط)

I) ليكن z عددا مركبا و نعتبر كثير الحدود : $P(z)=z^4+6z^3+30z^2+48z+40$.

1. بيّن أنّه ن أجل كلّ عدد مركب z فإنّ $P(z)=(z+1-i)g(z)$ ، حيث $g(z)$ كثير حدود يطلب تعيينه.

2. تحقق أنّ $g(-1-i)=0$ ثّم حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ العادلة $g(z)=0$.

II) نعتبر في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ النقط A ، B ، C ، و D صور الأعداد المركبة :

$z_A=-2+4i$ ، $z_B=-2-4i$: $z_C=2+3i$ و $z_D=2-3i$.

1. اكتب العدد المركب Z حيث $Z=z_A+z_D+1$ على الشكل المثلثي ثم الشكل الأسي.

2. احسب العدد $\left(\dfrac{Z}{\sqrt{2}}\right)^{2011}$.

3. عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون العدد $\left(\dfrac{Z}{\sqrt{2}}\right)^{n}$ عددا حقيقيا.

4. عيّن المجموعة (Γ_1) للنقط M من المستوي صور الأعداد المركبة z بحيث يكون :

$$k\in\mathbb{Z} \text{ ؛ } \arg\left(\frac{z-z_A}{z-z_B}\right)=\frac{\pi}{2}+k\pi$$

5. عيّن العدد المركب z_F لاحقة النقطة F بحيث يكون $\dfrac{z_F-z_C}{z_F-z_A}=i$ و استنتج طبيعة المثلث AFC .

6. عيّن المجموعة (Γ_2) للنقط M من المستوي صور الأعداد المركبة z بحيث : $z=z_A+ke^{i\frac{\pi}{3}}$ مع k عدد حقيقي موجب

التمرين الثالث: (**03**نقاط)

الفضاء منسوب الى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ و نعتبر النقط : $A(1;2;2)$ ، $B(3;2;1)$ و $C(1;3;3)$.

1. بين أن النقط A ، B و C تعين مستويا يطلب تعيين معادلة ديكارتية له.
2. نعتبر المستويين (P) و (Q) حيث : $(P): x-2y+2z-1=0$ و $(Q): x-3y+2z+2=0$.
   بيّن أنّ المستويين (P) و (Q) متقاطعان وفق مستقيم (Δ) يطلب تعيين تمثيل وسيطي له.
3. ليكن H المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (Δ) . اعط احداثيات النقطة H ثمّ استنتج بعد النقطة A عن (Δ).

التمرين الرابع: (**08**نقاط)

I) لتكن g دالة معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بالعبارة : $g(x)=2x\sqrt{x}-2+\ln x$.

1. احسب نهايات الدالة g عند حدود مجموعة تعريفها.
2. ادرس اتجاه تغيرات الدالة g و اعط جدول تغيراتها .
3. احسب $g(1)$ و استنتج اشارة $g(x)$ على مجموعة تعريفها.

II) لتكن h الدالة معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بالعبارة : $h(x)=1-x+\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$.

و ليكن (C_h) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1. احسب نهايات الدالة h عند حدود مجموعة تعريفها و بيّن أنّ (C_h) يقبل مستقيما مقاربا عموديا.
2. بيّن أنّ من أجل كلّ x من $]0;+\infty[$ فإنّ : $h'(x)=-\dfrac{g(x)}{2x\sqrt{x}}$ ، حيث h' هي الدالة المشتقة للدالة h.
3. ادرس اتجاه تغيرات الدالة h و اعط جدول تغيراتها .
4. بيّن أنّ المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=-x+1$ مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_h) .
   ادرس الوضعية النسبية للمنحني (C_h) بالنسبة للمستقيم (Δ).
5. أنشيء المنحني (C_h).

III) نعرّف على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ الدالة f بـ : $f(x)=xe^{-\frac{x}{2}}-e^{x}+1$.

1. تحقق أنّ من أجل كلّ عدد حقيقي x فإنّ : $f(x)=h\left(e^{x}\right)$.
2. احسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها و فسرّ النتائج المتحصّل عليها هندسيا.
3. أعط جدول تغيرات الدالة f .

IV) نعرّف على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ المتتالية العددية (u_n) بحدّها الأوّل $u_0=\dfrac{3}{2}$ و من أجل كلّ عدد طبيعي n بالعبارة:

$$u_{n+1}=\frac{\ln(u_n)}{\sqrt{u_n}}+1$$

1. برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n فإنّ : $u_n \geq 1$.
2. بيّن أنّ من أجل كلّ عدد طبيعي n لدينا : $u_{n+1}=h(u_n)+u_n$.
3. أدرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) .
4. بيّن أنّ المتتالية (u_n) متقاربة و حدّد نهايتها.

الموضوع الثاني:

التمرين الأول: (**05**نقاط)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $(z-1+i)\left[z^2-2\left(2+\sqrt{3}\right)z+8+4\sqrt{3}\right]=0$.
2. نعتبر في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ النقط A ، B و C التي لواحقها $z_A=1-i$ ، $z_B=2+\sqrt{3}+i$: $z_C=2+\sqrt{3}-i$ على الترتيب.

أ. بيّن أنّ $z_B=2e^{i\frac{\pi}{6}}+2$ و استنتج انشاء النقطة B ثمّ انشيء في المستوي النقط A ، B و C.

ب. عين $z_{B'}$ لاحقة النقطة B' صورة النقطة B بالدوران r الذي مركزه O و زاويته $-\dfrac{\pi}{6}$.

ج. اكتب العدد المركب $\dfrac{z_B}{z_{B'}}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي و استنتج عمدة للعدد المركب z_B .

3. لتكن M نقطة من المستوي تختلف عن النقطة O لاحقتها العدد المركب $Z=ae^{i\theta}$ حيث a عدد حقيقي موجب تماما و θ عدد حقيقي و لتكن M_1 صورة النقطة M بالدوران r و M' نظيرة النقطة M_1 بالنسبة لحامل محور الفواصل.

أ. بيّن أنّ Z' لاحقة النقط M' يكتب $Z'=ae^{i\left(\frac{\pi}{6}-\theta\right)}$.

ب. عيّن مجموعة قيم العدد الحقيقي θ بحيث يكون $Z'=Z$ ثمّ استنتج مجموعة النقط من المستوي بحيث تكون M' منطبقة على M.

التمرين الثاني: (**03**نقاط)

1. بيّن أنّ العدد 409 أوّلي ثمّ استنتج أنّ العددين 409 و 1207 أوليان فيما بينهما.
2. نعتبر المعادلة $409x-1207y=20...(1)$ ذات المجهولين الطبيعيين x و y .

أ. بيّن أنّ $(1210;410)$ حل للمعادلة (1) .

ب. استنتج في $\mathbb{N}\times\mathbb{N}$ حلول المعادلة (1).

3. ليكن n عددا طبيعيا يكتب يكتب في نظام العد الذي أساسه 5 على الشكل $\overline{\alpha\beta020}$ و في نظام العد الذي أساسه 6 على الشكل $\overline{\beta\alpha\beta50}$ ، حيث α و β عددان طبيعيان.

عيّن العددين α و β و اكتب العدد n في التطام العشري.

التمرين الثالث: (**04**نقاط)

1. نعرّف على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ المتتالية العددية (u_n) بحدّها الأوّل $u_0=0$ و الثاني $u_1=3$ و من أجل كلّ عدد طبيعي n بالعبارة: $u_{n+2}=\dfrac{3}{2}u_{n+1}-\dfrac{1}{2}u_n$.

أ. احسب u_2 ، u_3 و u_4 .

ب. برهن أنّ من أجل كلّ عدد طبيعي n فإنّ : $u_{n+1}=\dfrac{1}{2}u_n+3$.

ج. في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ أنشيء المستقيمين (D) و (Δ) اللذين معادلتاهما

على الترتيب هما : $y=\frac{1}{2}x+3$ و $y=x$.

د . مثّل على محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 ، u_3 و u_4 دون حسابها ، مبرزا خطوط التمثيل .

اعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها.

2. نعرّف على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ المتتالية العددية (v_n) بـ : $v_n=u_n-6$.

أ . بيّن أن المتتالية (v_n) هندسية و عيّن أساسها q و حدّها الأوّل v_0 .

ب . أكتب بدلالة n عبارة v_n و استنتج عبارة u_n.

ج . بين أنّ المتتاية (u_n) متقاربة ثمّ أحسب نهايتها.

التمرين الرابع: (08نقاط)

من أجل كلّ عدد طبيعي غير معدوم n نعرّف على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ الدالة f_n بـ $f_n(x)=\frac{4e^{nx}}{e^{nx}+7}$ و نرمز بـ (C_n) إلى تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

I) دراسة الدالة f_1 المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f_1(x)=\frac{4e^{x}}{e^{x}+7}$.

1. تحقق أنّ من أجل كل عدد حقيقي x ، لدينا : $f_1(x)=\frac{4}{1+7e^{-x}}$.

2. أ . بيّن أنّ المنحني (C_1) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلة لكلّ منهما.

ب . أثبت أنّ الدالة f_1 متزايدة تماما على $\mathbb{R}$

ج . برهن أن من أجل كلّ عدد حقيقي x فإنّ : $0\prec f_1(x)\prec 4$

3. أ . بيّن أنّ النقطة I_1 ذات الإحداثيين $(\ln 7;2)$ مرز تناظر للمنحني (C_1).

ب . عيّن معادلة ديكارتية للمماس (T_1) للمنحني (C_1) في النقطة I_1.

ج . أنشيء المماس (T_1) و المنحني (C_1).

4. أحسب مساحة الحيّز المستوي المحدد بالمنحني (C_1) و المستقيات التي معادلاتها : $y=0$ ، $x=1$ و $x=3$.

II) دراسة بعض خواص الدالة f_n .

1. بيّن أنّ من أجل كل عدد حقيقي x ، فإنّ : $f_n(x)=f_1(nx)$ و استنتج تغيرات الدالة f_n .

2. أثبت أنّ من أجل كلّ عدد طبيعي غير عدوم n فإنّ النقطة $A\left(0;\frac{1}{2}\right)$ تنتمي إلى المنحني (C_n).

3. أ . بيّن أنّ من أجل كلّ عدد طبيعي غير معدوم n يقطع المستقيم الذي معادلته $y=2$ المنحني (C_n) في نقطة واحدة يطلب تحديد فاصلتها ، نرمز لهذه النقطة بـ I_n .

ب . عيّن معادلة ديكارتية للمماس (T_n) للمنحني (C_n) في النقطة I_n.

ج . أنشيء المماس (T_2) و المنحني (C_2).