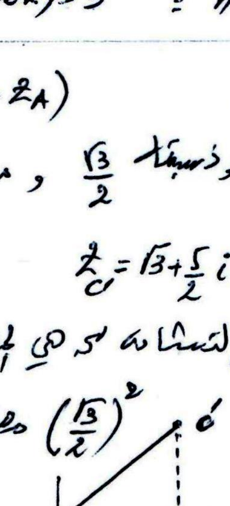
الإجابة النموذجية لموضوع مادة: الرياضيات شعبة رياضيات بكالوريا تجريبي 2015 عين الدفلى

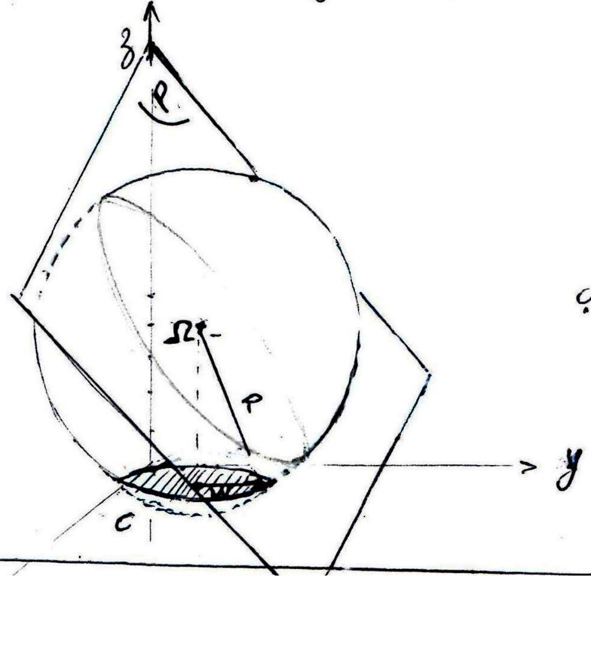
العلامة		عناصر الإجابة
المجموع	مجزأة	
		الموضوع الأول
		التمرين الأول (03 نقاط)
0,5	0,5	1/ لدينا $2a-3b=1$ ومنه حسب بيزو a أولي مع b
1,5	0,5	2/ أ- (a,b) حل للمعادلة (1) من أجل $n=302$
	0,25	ب- إستنتاج الحل الخاص $(908;605)$
	0,25	ج- $(x;y)$ حل للمعادلة (1) نجد $3(x-908)=4(y-605)$
	0,5	حلول المعادلة (1) $(x,y)\in\{(4k+908;3k+605)/k\in\mathbb{Z}\}$
1		3/ استخراج $(x_0;y_0)$ التي تحقق الجملة $\begin{cases}3x_0-4y_0=304\\ PPCM(x_0;y_0)=2333856\end{cases}$

العلامة		عناصر الإجابة
		التمرين الثاني (05 نقاط)
0,75	0,25	1/ حلول المعادلة في $\mathbb{C}$: $z_1=i$ ؛ $z_2=-i$
	2×0,25	$z_3=-\sqrt{3}-i$ ؛ $z_4=\sqrt{3}+i$
1,75	4×0,25	2/ أ- الشكل الأسي: $z_A=2e^{i\frac{\pi}{6}}$ ؛ $z_B=2e^{-i\frac{\pi}{6}}$ ؛ $z_C=e^{i\frac{\pi}{2}}$ ؛ $\frac{z_A}{z_B}=e^{i\frac{\pi}{3}}$
	0,25	ب- $(\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OA})=\frac{\pi}{3}$
	0,25	$OA=OB$ والمثلث OAB متقايس الأضلاع
	0,25	ج- لا توجد قيم للعدد الطبيعي n: $2(n-6k)=3$ مستحيل
1,75	0,5	3/ أ- عبارة التشابه S: $z'-z_A=\frac{\sqrt{3}}{2}e^{-i\frac{\pi}{2}}(z-z_A)$
	2×0,25	زاويته $\frac{3\pi}{2}$ ونسبته $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ومركزه A
	0,25	ب- $z_{B'}=z_C$ ؛ $z_{C'}=\sqrt{3}+\frac{5}{2}i$
		صورة المثلث ABC بالتشابه S هي المثلث ACC' ومنه
	0,25	مساحة ACC' هي مساحة ABC مضروب في $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$ يساوي $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ u.a
	0,25	

0,75	0,5	14) المجموعة (E) مستقيم يشمل النقطة $(1;-2)$ وميله $\tan(\frac{\pi}{4})=1$
	0,25	$D\in(E)$ يعني وجود k : $z_D=-1-2i-ke^{i\frac{\pi}{4}}$ ومنه $k=-2\sqrt{2}$

التمرين الثالث (05 نقاط)

1	0,5	1) أ- النقط A ، B ، C ليست في إستقامية
	2×0,25	ب- $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix}$ ناظم لـ (ABC) ومعادلة (ABC) : $x+2y-z-3=0$
1,25	0,25+0,5	2) أ- معادلة المستوي (P) : $x-y-z+5=0$ و $P\perp(ABC)$
	0,5	ب- تمثيل وسيطي لـ (Δ) تقاطع P و (ABC) : $(\Delta):\begin{cases}x=\lambda-\frac{7}{3}\\y=\frac{8}{3}\\z=\lambda\end{cases}/\lambda\in\mathbb{R}$
0,75	2×0,25	3) أ- $d(D,(P))=\frac{7\sqrt{3}}{3}$ ؛ $d(D,(ABC))=\frac{\sqrt{6}}{6}$
	0,25	ب- $d(D,(\Delta))=\sqrt{\frac{33}{2}}$
1	0,25	4) الدائرة C مركزها $w(1;2;0)$ ونصف قطرها $r=2$
		سطح الكرة S مركزه $\Omega(1;2;z)$ ونصف قطره R
	0,25	$\Omega\in(P)$ ومنه $\Omega(1;2;4)$
	0,25	حسب فيثاغورس $R=\sqrt{r^2+w\Omega^2}$ ومنه $R=2\sqrt{5}$
	0,25	إذن $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=20$



الرسم غير مطلوب

الإجابة النموذجية لموضوع مادة : الرياضيات شعبة : رياضيات بكالوريا تجريبي 2015

التمرين الرابع (08 نقاط)

الجزء الأول :

العلامة		
1,75	2×0,25	1/1 $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=+\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$
	3×0,25	$g'(x)=\dfrac{e^x-1}{e^x}$; إشارة $g'(x)$: $-\infty$ … $-$ … 0 … $+$ … $+\infty$; $g(0)=0$
	0,25	جدول تغيرات g
	0,25	1/2 $g(x)\geq 0$ من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ ومنه $e^{-x}+x\geq 1$

الجزء الثاني : $f(x)=\dfrac{x}{x+e^{-x}}$

0,25	0,25	1/1 من أجل كل $x\in\mathbb{R}^*$: $f(x)=\dfrac{1}{1+\frac{1}{xe^x}}$
1	2×0,25	1/2 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$
	2×0,25	ت.هـ : $y=0$ و $y=1$ معادلتا المستقيمين المقاربين
0,75	0,25	1/3 من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{x+1}{e^x(x+e^{-x})^2}$
	0,5	إشارة $f'(x)$ ، جدول تغيرات f

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$		$+$	
$f(x)$	0	↘	$-\dfrac{1}{e-1}$	↗	0	↗	1

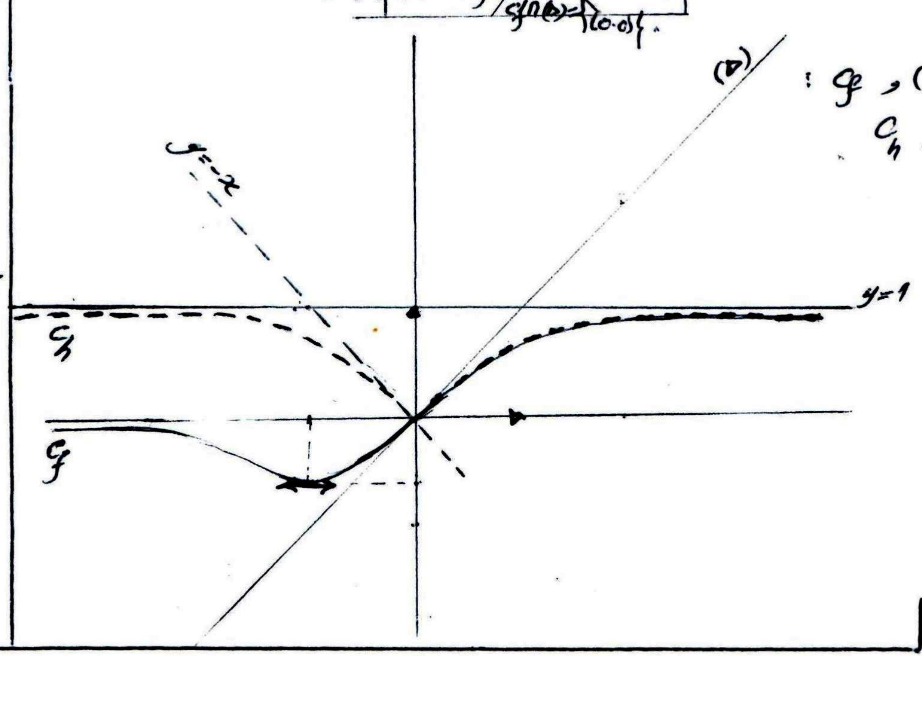
1/4 أ- معادلة المماس (Δ) : $y=x$ — 0,25

ب- من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: $f(x)-x=\dfrac{-xg(x)}{x+e^{-x}}$ — 0,25

جـ- الوضع النسبي لـ (Δ) و (C_f) — 2×0,25

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)-x$	$+$	0	$-$
الوضعية	C_f فوق (Δ)	C_f يقطع (Δ) في $(0,0)$	C_f تحت (Δ)

1/5 إنشاء (Δ) و C_f و C_h : — 0,75 (المجموع 1,75)



المجموع	مجزأة	عناصر الإجابة
		16) $h(x)=f(\lvert x\rvert)$
1,25	0,25	أ- الدالة h زوجية
	0,25	C_h هو نفسه C_f على $[0;+\infty[$ وهو يقبل (yy') محور تناظر
		ب- المناقشة البيانية
	0,25	حلول المعادلة $h(x)=h(m)$ هي فواصل نقاط تقاطع C_h مع المستقيم ذو المعادلة $y=\frac{\lvert m\rvert}{\lvert m\rvert+e^{-\lvert m\rvert}}$ ومنه $y\in[0;1[$
	2×0,25	من أجل $m=0$ المعادلة تقبل حل وحيد معدوم. $m\in\mathbb{R}^*$ المعادلة تقبل حلين مختلفين في الإشارة
		الجزء الثالث $(U_n):\begin{cases}U_0=1\\U_{n+1}=f(U_n)\end{cases}$
1,25	0,5	1) البرهان أن من أجل كل $n\in\mathbb{N}$ $0<U_n<1$ (نستعمل البرهان بالتراجع وتغيرات الدالة f)
	0,25	2) $U_{n+1}-U_n=f(U_n)-U_n$ و $f(U_n)-U_n\leq 0$ حسب دراسة الوضعية ومنه (U_n) متناقصة.
	0,25	3) بما أن (U_n) متناقصة ومحدودة من الأسفل فهي متقاربة
	0,25	$\lim U_{n+1}=\lim U_n=\ell$ ومنه $\lim U_n=0$

الموضوع الثاني

التمرين الأول (3,5 نقطة)

0,5	0,5	1/ تبيين أن النقط A ، B ، C ليست في استقامية.
1	0,5	2/ $\vec{n}\begin{pmatrix}3\\4\\-2\end{pmatrix}$ ، $\vec{n}\cdot\vec{AB}=0$, $\vec{n}\cdot\vec{AC}=0$
	0,5	معادلة ديكارتية لـ (ABC): $3x+4y-2z+1=0$
2	0,5+0,25	3/ أ- $I(1;\frac{2}{3};\frac{10}{3})$ ؛ $\vec{IG_\alpha}=\frac{\alpha}{\alpha+3}\vec{IC}$
	0,75	ب- الدالة $\alpha \mapsto \frac{\alpha}{\alpha+3}$ متزايدة تماما على $]0;+\infty[$ ومن أجل كل $\alpha>0$ تكون $0<\frac{\alpha}{\alpha+3}<1$ ومنه مجموعة النقط عندما يمسح α المجال $\mathbb{R}_+^*$ هي القطعة $[IC]$ ما عدا النقطتين I و C
	0,5	جـ- G_α تنطبق على منتصف $[IC]$ يعني $\vec{IG_\alpha}=\frac{1}{2}\vec{IC}$ ومنه $\alpha=3$

التمرين الثاني (4,5 نقطة)

0,5	0,5	1/ حلول المعادلة $4x+3y=1$ في $\mathbb{Z}$ هي $(x,y)=(3k+1;-4k-1)$ $k\in\mathbb{Z}$ ----- إذن النقط $M_k(3k+1;-4k-1)$ هي مجموعة النقط من (Δ) التي إحداثياتها أعداد صحيحة
0,75	3x0,25	2/ $M_1(-2;3)$ ؛ نسبة التشابه $\frac{2}{3}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$ -----
1	0,25	3/ $S(A)=A$ ؛ $z'=\frac{2}{3}e^{i\frac{\pi}{2}}z+\frac{1}{3}-\frac{5}{3}i$ -----
	3x0,25	S تشابه مباشر مركزه A نسبته $\frac{2}{3}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$ -----
2,25		4/ أ- $S(B)=B_1$ و $S(B_n)=B_{n+1}$ يعني $AB_1=\frac{2}{3}AB$ و $AB_{n+1}=\frac{2}{3}AB_n$
	0,5	باستعمال التراجع نجد $AB_n=\left(\frac{2}{3}\right)^n AB$ -----
	0,25	أي $AB_n=5\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$ -----
	0,25	A ، B_1 ، B_n في استقامية يعني $(\vec{AB_1},\vec{AB_n})=k\pi$ $k\in\mathbb{Z}$ -----
	2x0,25	ومنه $(\vec{AB_1},\vec{AB_n})=(n-1)\frac{\pi}{2}$ ، $n=2k+1$ $k\in\mathbb{N}$ -----

	0,25	ب - النقط B_n تكون خارج القرص يعني $AB_n > \frac{1}{10^2}$ أي $\left(\frac{2}{3}\right)^n > \frac{1}{5\times 10^2}$
	2×0,25	أي $n\ln\frac{2}{3} > -\ln(500)$ ومنه $n \geqslant 16$ إبتداءً من النقطة B_{16} تصبح النقط B_n خارج القرص

التمرين الثالث (05 نقاط) $f(x)=\frac{8x-6}{x+1}$

		الجزء الأول
0,75	0,5	/1 تغيرات f: ------ $\begin{array}{c\|ccc} x & 1 & & 10 \\ \hline f'(x) & & + & \\ \hline f(x) & 1 & \nearrow & \frac{74}{11} \end{array}$
	0,25	- الإنشاء $(\mathcal{C})$ و (Δ).
0,5	0,25	/2 أ - تمثيل الحدود u_0، u_1، u_2، u_3 على محور الفواصل.
	0,25	ب - التخمين: (u_n) متناقصة ومتقاربة تتقارب نحو 6.
2	0,25	/3 أ - البرهان بالتراجع أن $\forall n\in\mathbb{N}: u_{n+1} < u_n$
	0,25	وأنّ $\forall n\in\mathbb{N}: u_n > 6$
	0,25	ب - (u_n) متناقصة.
	0,25	بما أن (u_n) متناقصة ومحدودة من الأسفل فهي متقاربة
	0,25	$\lim u_{n+1} = \lim u_n = \ell$ ومنه $\frac{8\ell-6}{\ell+1}=\ell$ ومنه $\lim u_n = 6$
	0,5	جـ - $u_{n+1}-6 = 2\left(\frac{u_n-6}{u_n+1}\right)$ و $u_n \geqslant 6$ ومنه $\frac{1}{u_n+1}\leqslant\frac{1}{7}$ ومنه $(u_{n+1}-6)\leqslant\frac{2}{7}(u_n-6)$ ---- (ج)
	0,25	د - باستعمال التراجع انطلاقاً من المتباينة (ج) نجد $\cancel{(u_1-6)}\cancel{(u_2-6)}\cancel{(u_3-6)}\cdots(u_n-6)\leqslant\left(\frac{2}{7}\right)^n(u_0-6)\cancel{(u_1-6)}\cdots\cancel{(u_{n-1}-6)}$ ومنه $(u_n-6)\leqslant\left(\frac{2}{7}\right)^n(u_0-6)$
		الجزء الثاني
1,75	0,5	/1 (v_n) هندسية أساسها $\frac{2}{7}$ وحدها الأول $v_0=\frac{3}{8}$
	2×0,25	/2 $v_n=\frac{3}{8}\times\left(\frac{2}{7}\right)^n$ ؛ $u_n=\frac{v_n-6}{v_n-1}$ ومنه $u_n=1+\frac{5}{1-\frac{3}{8}\left(\frac{2}{7}\right)^n}$
	0,25+0,5	/3 $P_n = n\ln v_0 + \frac{n(n+1)}{2}\ln\left(\frac{2}{7}\right)$ ---- $\lim\limits_{n\to+\infty} P_n = +\infty$

الإجابة النموذجية لموضوع مادة : الرياضيات شعبة : رياضيات بكالوريا تجريبي 2015 عين الدفلى

		التمرين الرابع (07 نقاط) الجزء الأول :
	0,25	1/ أ- $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$
2	0,25+0,5	ب- تبين أن $\lim_{x \to 0} x \ln^2 x = 0$ ؛ $\lim_{x \to 0} f(x) = -2$
	0,5	جـ- $\forall x \in \mathbb{R}_+^*$: $f'(x) = (\ln x)^2$
	0,5	د- جدول التغيرات x : 0 … 1 … $+\infty$ $f'(x)$: $+$ 0 $+$ $f(x)$: $-2 \nearrow 0 \nearrow +\infty$
	0,25	2/ أ- معادلة المماس (Δ) : $y = 0$
1	0,5	ب- دراسة الوضعية x : 0 … 1 … $+\infty$ (C) تحت (Δ) ؛ (C) فوق (Δ) $(C) \cap (\Delta) = \{(1;0)\}$
	0,25	نستنتج أن (Δ) خارق لـ (C) في النقطة $(1;0)$ ومنه النقطة $(1;0)$ نقطة انعطاف
1,5	4×0,25	3/ حساب $f(0{,}2)$ ؛ $f(0{,}3)$ ؛ $f(0{,}5)$ ؛ $f(3)$
	0,5	والإنشاء (C) و (Δ)
0,5	0,5	4/ باستعمال مبرهنة ق.م المعادلة $f(x) = 1$ تقبل حلا وحيدا α و $2{,}9 < \alpha < 3$
		الجزء الثاني : $D_h =]0;+\infty[$ ؛ $h(x) = \ln x$
1,25	0,25	1/ إنشاء C_h منحنى الدالة h
	0,25	2/ $\int \ln x \, dx = -x + x\ln x + c$ باستعمال المكاملة بالتجزئة
	0,5	3/ $f'(x) = (\ln x)^2$ و $f(1) = 0$ ومنه $f(x) = \int_1^x (\ln t)^2 \, dt$
	0,25	4/ المساحة $A = 1 \, u.a = 4 \, cm^2$
0,75	0,25	5/ أ- $V(a) = \int_1^a \pi (\ln x)^2 \, dx$ ومنه $V(a) = \pi f(a)$ uv
	0,25	أي $V(a) = 8\pi f(a) \, cm^3$
	0,25	ب- $V(a) = 8\pi \, cm^3$ يعني $f(a) = 1$ ومنه $a = \alpha$