على المترشح أن يختارأحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

ننسب الفضاء إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ ، نعتبر النقط $A(2;-1;1)$ ، $B(1;-1;3)$ ، $C(2;-2;1)$ و $D(2;2;2)$.

1- أ . برهن أنّ النقط A ، B و C تعين مستويا.

ب . تحقق أن $2x+z-5=0$ معادلة ديكارتية لـ(ABC).

2- ليكن(Δ) مستقيم معرف بتمثيله الوسيطي : $\begin{cases} x=-2+4t \\ y=2 \\ z=2t \end{cases}$; $t\in R$

- بيّن أنّ النقطة D تنتمي إلى المستقيم (Δ) و أنّ المستقيم (Δ) عمودي على(ABC).

3-لتكن H المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC).

أ. عين إحداثيات النقطة H .

ب.استنتج المسافة بين النقطة A و المستقيم (Δ).

4-ماهي المجموعة (S) للنقط M من الفضاء بحيث : $\overrightarrow{AM}^2+\overrightarrow{DM}^2=\frac{103}{5}$ ؟

التمرين الثاني:(05 نقاط)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-2\sqrt{3}\,z+4=0$.

2. نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ ، النقطتان A و B لواحقها على الترتيب : $z_A=\sqrt{3}-i$ ، $z_B=\sqrt{3}+i$.

* أكتب كلا من z_A و z_B على الشكلين المثلثي و الأسي .
* أحسب العدد $\left(\frac{z_B}{2}\right)^{1436}$.

3. L تحويل نقطي عبارته المركبة: $\dot{z}=2iz+3$.

- عين طبيعة التحويل L و أذكر عناصره المميزة.
- أوجد لاحقة النقطة D صورة النقطة B بالتحويل L .

4. عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث: $|iz+1-\sqrt{3}\,i|=|z-\sqrt{3}+i|$.

التمرين الثالث: (10 نقاط)

I. نعتبر الدالة g ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي:

$$g(x) = x^2 - 1 + ln\, x$$

1. أدرس اتجاه تغيرات الدالة g .
2. احسب $g(1)$ ، استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II. لتكن f الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي:

$f(x) = x - \frac{ln\, x}{x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس.

1. أ- أحسب $lim_{x\to 0^+} f(x)$ ، فسر هذه النتيجة بيانيا.

ب- أحسب $lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2. أ- بين أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ لدينا: $\grave{f}(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f و أنشئ جدول تغيراتها.

3. أ- ليكن (D) مستقيم معادلته $y = x$.أحسب $lim_{x\to+\infty}[f(x) - x]$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

ب- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (D).

4. بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها.
5. أرسم (D) و (C_f) .
6. أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و ومحور الفواصل والمستقيمان اللذين معادلتاهما $x = 1$ و $x = e$.
7. ناقش بيانيا، وحسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد و إشارة حلول المعادلة:

$$x^2 - mx - ln\, x = 0$$

III. نعتبر الدالة h ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على R كما يلي: $h(x) = f(e^x)$.

1. بين أنه من أجل كل x من R لدينا: $h(x) = \frac{e^{2x}-x}{e^x}$
2. استنتج جدول تغيرات الدالة h .

IV. لتكن $(u_n)_{n\in N}$ المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = e$ و $u_{n+1} = f(u_n)$.

1. بإستعمال رسم (D) و (C_f) مثل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 على محور الفواصل دون حسابها.
2. باستعمال البرهان بالتراجع بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $1 \le u_n \le e$.
3. بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما.
4. هل المتتالية (u_n) متقاربة؟ برر.
5. أحسب $lim_{n\to+\infty} u_n$.