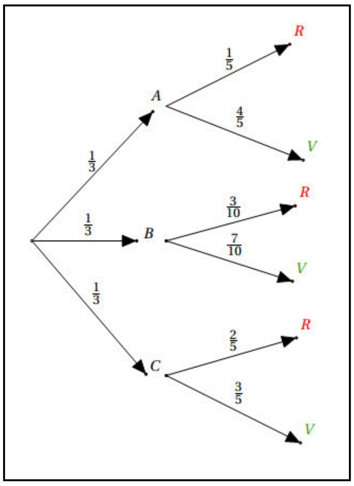
| عناصر الاجابة (الموضوع الاول) | العلامة مجزأة | العلامة المجموع |
|---|---|---|
| التمرين الأول:<br>1) $u_1 = 0$ ، $u_2 = -\frac{1}{2}$ ، $u_3 = -\frac{3}{4}$ . | 0,25x3 | |
| 2) أ) تعيين قيمة حتى تكون المتتالية $(v_n)$ هندسية<br>لدينا $v_n = u_n + \alpha$ و منه<br>$v_{n+1} = u_{n+1} + \alpha$<br>$= \frac{u_n - 1}{2} + \alpha = \frac{u_n - 1 + 2\alpha}{2} = \frac{u_n + \alpha + \alpha - 1}{2}$<br>$= \frac{u_n + \alpha}{2} + \frac{\alpha - 1}{2} = \frac{1}{2}(u_n + \alpha) + \frac{\alpha - 1}{2}$<br>$= \frac{1}{2}v_n + \frac{\alpha - 1}{2}$<br>حتى تكون $(v_n)$ هندسية يجب: $\frac{\alpha-1}{2} = 0$ ومنه $\alpha - 1 = 0$<br>إذن قيمة $\alpha$ حتى تكون $(v_n)$ هندسية هي $\alpha = 1$ | 0,75 | 4,5 |
| ب) $v_n = v_0 \times q^n = 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$ و منه $u_n = v_n - 1 = 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n - 1$ | 0,5x2 | |
| 3) دراسة اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$<br>$u_{n+1} - u_n = \left[2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} - 1\right] - \left[2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n - 1\right]$<br>$= 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n \left[\frac{1}{2} - 1\right] = -\left(\frac{1}{2}\right)^n < 0$<br>إذن المتتالية $(u_n)$ متناقصة | 0,5 | |
| 4) $\lim_{n\to+\infty} u_n = \lim_{n\to+\infty} 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n - 1 = -1$ فالمتتالية متقاربة نحوى $-1$ | 0,5 | |
| 5)<br>$S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$<br>$= (v_0 - 1) + (v_1 - 1) + \cdots + (v_n - 1)$<br>$= v_0 + v_1 + \cdots + v_n - (n+1)$<br>$= 2\frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{2}} - n - 1 = -5 + 4\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} - n$ | 0,5 | |
| استنتاج<br>$\lim_{n\to+\infty} \frac{S_n}{n} = \lim_{n\to+\infty} \frac{-5 + 4\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} - n}{n} = -1$ | 0,5 | |

**التمرين الثاني:**

1. شجرة الإحتمالات :




2. احتمال أن تكون الكرية المسحوبة حمراء:

$$P(R)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{5}+\frac{1}{3}\times\frac{3}{10}+\frac{1}{3}\times\frac{2}{5}=\frac{3}{10}$$

3. احتمال أن تكون الكرية المسحوبة حمراء و آتية من الصندوق الأول:

$$P(R\cap A)=P(A)\times P_A(R)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{15}$$

4. اذا كانت الكرية المسحوبة حمراء فإن احتمال أن تكون قد سحبت من الصندوق الأول هو:

$$P_R(A)=\frac{P(R\cap A)}{P(R)}=\frac{\frac{1}{15}}{\frac{3}{10}}=\frac{2}{9}$$

| | |
|---|---|
| 1 | 4 |
| 1 | |
| 1 | |
| 1 | |

---

**التمرين الثالث:**

1) نختار المبدأ $O'(90;0)$ وكل 1cm يقابله 10 دينار على محور الفواصل وكل 1cm يقابله 1 طن على محور التراتيب.
بعد تمثيل السحابة في المعلم تظهر أن لها شكل متطاول و بالتالي يكون التعديل مبررا

2) أ) المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار $(\Delta)$ هي $y=-0{,}02x+7{,}73$
ب ) انشاء المستقيم و النقطة المتوسطة $G(145\,;4{,}55)$


ج) الكمية المطلوبة هي 2,83 طن.

(3

| الثمن | 100 | 115 | 120 | 130 | 137 | 150 | 165 | 188 | 200 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| الكمية | 5,8 | 5,2 | 5,1 | 4 ,8 | 4,6 | 4,3 | 4 | 3,7 | 3,5 |
| $z_i$ | 17,2 | 19,2 | 19,6 | 20,8 | 21,7 | 23,3 | 25,0 | 27,0 | 28 ,6 |

المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار $(\Delta')$ هي $z=0{,}11x+6{,}23$

ومنه $f(x)=\frac{100}{0{,}11x+6{,}23}$

إذن $f(245)=3{,}01$

4) بالمقارنة مع القيمة المفروضة 3,2 يكون التعديل الثاني أدق

| | |
|---|---|
| — | 05 |
| 0,5 | |
| 0,25 | |
| 1 | |
| 0,5 | |
| 0,25 | |
| 0,5 | |
| 1 | |
| 0,5 | |
| 0,25 | |
| 0,25 | |

**التمرين الرابع:**

1) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ ; $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

2) أ) $f'(x) = 1 - \frac{4e^x}{(1+e^x)^2} = \frac{e^{2x}-2e^x+1}{(1+e^x)^2} = \frac{(e^x-1)^2}{(e^x+1)^2}$

ب) لدينا $'(x) = \frac{(e^x-1)^2}{(e^x+1)^2}$ إذن من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ لدينا $f'(x) \geq 0$

فالدالة متزايدة على $\mathbb{R}$

جدول التغيرات

| $x$ | $-\infty$ | $0$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | $2$ | $+\infty$ |

3) أ) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) - x = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{4}{1+e^x} = 0$ فالمنحنى $(C)$ يقبل المستقيم $(D)$ الذي معادلته $y = x$ مستقيم مقارب مائل عند $+\infty$

و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) - (x+4) = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{-4e^x}{1+e^x} = 0$ فالمنحنى $(C)$ يقبل المستقيم$(D')$ الذي معادلته $y = x + 4$ مستقيم مقارب مائل عند $-\infty$

ب) دراسة وضعية $(C)$ بالنسبة إلى $(D)$ و $(D')$

$f(x) - x = \frac{4}{1+e^x} > 0$ ومنه المنحنى $(C)$ فوق المستقيم $(D)$ .

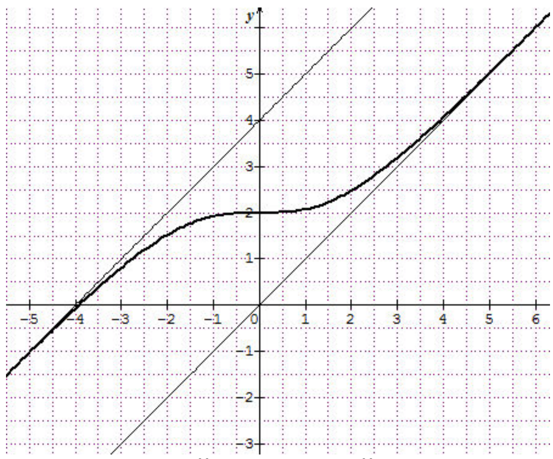
$f(x) - (x+4) = \frac{-4e^x}{1+e^x} < 0$ و منه المنحنى $(C)$ تحت المستقيم $(D')$

4) $f$ مستمرة ومتزايدة تماما على $[-4; -3]$ و لدينا $f(-4) \times f(-3)$

فحسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ على المجال$]-4; -3[$

بمعنى المنحنى ( ) يقطع محور الفواصل عند النقطة ذات الفاصلة $\alpha$

5) الإنشاء




6) أ) $\frac{4}{1+e^x} = \frac{(a+b)e^x+a}{1+e^x} = a + \frac{be^x}{1+e^x}$ معناه $\begin{cases} a+b=0 \\ a=4 \end{cases}$ أي $\begin{cases} a=4 \\ b=-4 \end{cases}$ إذن $\frac{4}{1+e^x} = 4 - \frac{4e^x}{1+e^x}$

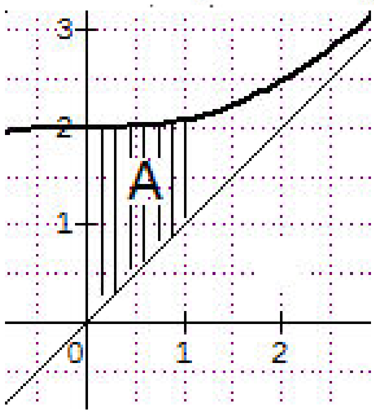
ب ) لدينا $f(x) = x + 4 - 4\frac{x}{1+e^x}$

$x \to F(x) = \frac{x^2}{2} + 4x - 4ln(1+e^x)$ دالة أصلية للدالة $f$ على$\mathbb{R}$.

| | | |
|---|---|---|
| | 0 ,25x2 | |
| | 0, 5 | |
| | 0,25 | |
| | 0,5 | |
| 06,5 | 0,5 | |
| | 0,5 | |
| | 0,25 | |
| | 0,25 | |
| | 0,5 | |
| | 0,75 | |
| | 0,75 | |
| | 0,5 | |

ج) حساب A

$$A=\int_0^1[f(x)-x]dx=\left[F(x)-\frac{x^2}{2}\right]_0^1=4ln\left(\frac{2e}{1+e}\right)\approx 1{,}519$$

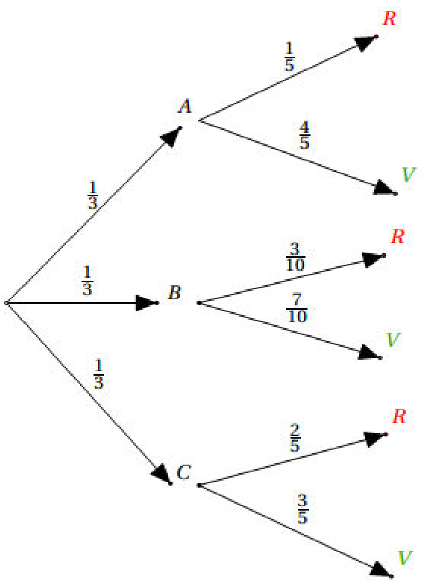



0,75



| المحاور | عناصر الإجابة | العلامة مجزأة | العلامة كاملة |
|---|---|---|---|
| التمرين الأول | | | |

1. شجرة الإحتمالات :




2. احتمال أن تكون الكرية المسحوبة حمراء :

$$P(R)=\frac{1}{3}\times\frac{3}{8}+\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{2}{5}=0,48$$

3. احتمال أن تكون الكرية المسحوبة من الصندوق $A$ علما انها حمراء :

$$P_R(A)=\frac{p(A\cap R)}{p(R)}=0,26$$

4. قانون الاحتمال

| $x_i$ | +50 | -35 |
|---|---|---|
| $p_i$ | $\frac{3}{8}$ | $\frac{5}{8}$ |

الامل الرياضي

$$\mu=\sum_{i=1}^{2}p_ix_i=50\times\frac{3}{8}-35\times\frac{5}{8}=-3{,}125$$

بما أن الامل الرياضي سالب فإن المشارك ليس له حظ في الربح

| | | | |
|---|---|---|---|
| **التمرين الثاني** | أ) تعيين قيمة حتى تكون المتتالية $(u_n)$ ثابتة<br>لدينا $\alpha = \frac{2}{3}\alpha + 1$ ومنه $\alpha = 3$<br>$u_1 = \frac{7}{3}$ ، $u_2 = \frac{23}{9}$ | | |
| **التمرين الثالث** | 1. **تمثيل سحابة النقط:**<br>2. **إحداثيات النقطة المتوسطة G:** $G\left(\overline{X};\overline{Y}\right)$<br>إذن : $G(3;815,14)$<br>3. **كتابة معادلة مستقيم الانحدار :** $y = ax + b$<br>لدينا $y = ax + b$ و منه $y = 23x + b$<br>بما أن $G$ تنتمي إلى $(\Delta)$ إذن $b = 746$ و بالتالي $y = 23x + 756$ .<br>4. **قيمة الإنتاج المتوقعة في سنة 2015:**<br>بما ان رتبة هذه السنة هو 21 فان قيمة الانتاج هو $23\times 21 + 746 = 1229$ .<br><br>يبلغ الإنتاج 1344 ألف برميل<br>$x = 26$ ومنه في سنة 2020 | 0.5 | 4 |

$2\times 0.25$

**التمرين الرابع**

0.25

0.5

$f(x)=x+1+\ln(x+1)-\ln(x+2)$ :

1. أ - **حساب النهاية :** $\lim\limits_{x\to -1} f(x)=-\infty$ ومنه $x=-1$ مقارب لـ: $(C_f)$.

0.5

**ب - بيّن أن:** $f(x)=x+1+\ln\left(\dfrac{x+1}{x-2}\right)$ :

لدينا : $\ln\left(\dfrac{x+1}{x-2}\right)=\ln(x+1)-\ln(x-2)$ ومنه $f(x)=x+1+\ln\left(\dfrac{x+1}{x-2}\right)$

0.5

**حساب النهاية:** $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to\infty}\left(x+1+\ln\left(\dfrac{x+1}{x-2}\right)\right)=+\infty$ .

2. أ - **بما أنّ** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(f(x)-(x-1)\right)=\lim\limits_{x\to\infty}\ln\left(\dfrac{x+1}{x-2}\right)=0$ اذن $y=x+1$

0.5

مستقيم مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$ عند $+\infty$.

0.5

**ب - وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة للمستقيم المقارب المائل $(\Delta)$:**

لدينا $f(x)-(x-1)=\ln\left(\dfrac{x+1}{x-2}\right)\prec 0$ إذن $(C_f)$ يقع تحت $(\Delta)$

3. **دراست تغيرات الدالة $f$ :**

0.5

**الدالة المشتقة:** $f'(x)=1+\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{1}{x+2}=\dfrac{x^2+3x+3}{x^2+3x+2}$

**إشارة الدالة المشتقة :** $f'(x)>0$ .

**جدول التغيرات:**

0.5

0.75

| $x$ | $-1$ $\quad$ $+\infty$ |
|---|---|
| $f'(x)$ | + |
| $f(x)$ | $-\infty \nearrow +\infty$ |

4. **معادلة المماس $(T)$ عند النقطة** $x=0$ : $(T): y=\dfrac{3}{2}x+1-\ln 2$

0.5

5. بما أن الدالة $f$ مستمرة و رتيبة تماما و $f(-\dfrac{1}{2})\times f(0)<0$ فإنّ

$(C_f)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها $\alpha$ حيث :

$-\dfrac{1}{2}<\alpha<0$ .(مبرهنة القيم المتوسطة).

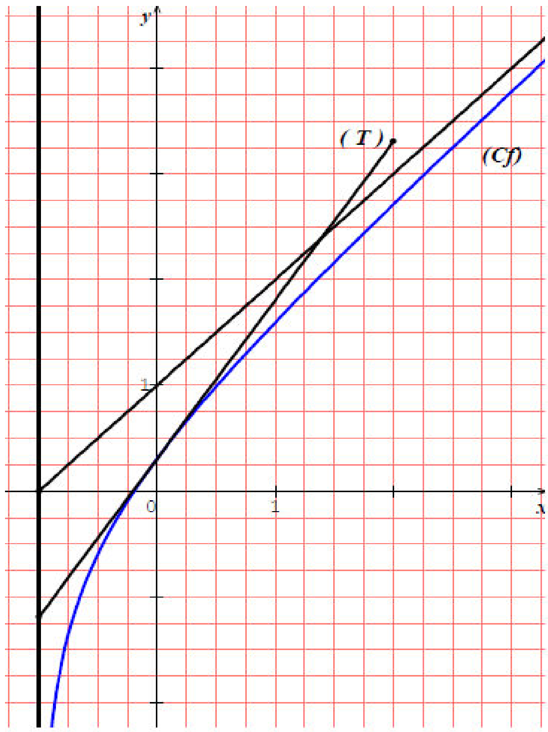
0.5

6. $\lambda$ **عدد حقيقي موجب :**

0.25

أ - لدينا $\left[(x-\lambda)\ln(x-\lambda)-x\right]'=1.\ln(x-\lambda)+\dfrac{1}{x-\lambda}(x-\lambda)-1=\ln(x-\lambda)$

ومنه $x\mapsto(x-\lambda)\ln(x-\lambda)-x$ دالة اصلية للدالة $x\mapsto\ln(x-\lambda)$ على $]\lambda;+\infty[$

| | | | |
|---|---|---|---|
| | **ب - تعيّين دالة أصلية للدالة $f$ على المجال $]1;+\infty[$ :**<br>لدينا $f(x)=x+1+\ln(x+1)-\ln(x+2)$ ومنه<br>$$F(x)=\frac{x^2}{2}+x+\left[(x-1)\ln(x-1)-x\right]-\left[(x-2)\ln(x-2)-x\right]$$<br>$$=\frac{x^2}{2}+x+(x-1)\ln(x-1)-(x-2)\ln(x-2)$$ | **1,25** | |
| | **7. رسم المنحنى $(C_f)$ و المستقيمان $(\Delta)$ و $(T)$ :**<br><br> | | |