

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين
الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقاط)

الجدول التالي يمثل تطور عدد الثانويات المنجزة خلال سنوات معينة :

السنة	2008	2009	2010	2011	2012
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5
عدد الثانويات y_i	4	11	15	25	30

- 1 ▷ مثل سحابة النقط $M_i(x_i, y_i)$ في معلم متعمد مبدأه $O(0; 0)$ حيث 1cm على محور الفواصل يمثل سنة واحدة و 1cm على محور الترتيب يمثل 4 ثانويات .
- 2 ▷ عين إحداثيّي النقطة المتوسطة G و علمها .
- 3 ▷ أوجد معادلة لستقيم الإنحدار بالمربعات الدنيا .
- 4 ▷ ما هو عدد الثانويات المتوقّع إنجازها سنة 2015 .

التمرين الثاني : (04 نقاط)

صندوق به 9 كرات منها 5 كرات بيضاء و 4 كرات حمراء لا نفرق بينها عند اللمس نسحب منه كرتين على التوالي و دون إرجاع.

أحسب احتمالات الحوادث التالية:

- 1 ▷ "A" الحادثة سحب كرتين بيضاوين " .
- 2 ▷ "B" الحادثة سحب كرتين من نفس اللون " .
- 3 ▷ "C" الحادثة سحب كرتين الأولى بيضاء و الثانية حمراء " .
- 4 ▷ "D" الحادثة سحب كرة بيضاء علماً أن الكرة الأولى حمراء " .

التمرين الثالث : (50 نقاط)

- . $U_0 = 1$ و $U_{n+1} = \frac{U_n - 1}{2}$ بـ : (U_n) متتالية عددية معرفة على \mathbb{N} (I)
- أحسب الحدود : U_1 ، U_2 ، U_3 ، ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) 1
- 2 α عدد حقيقي غير معروف ، من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $V_n = U_n + \alpha$ - عين قيمة α حتى تكون المتتالية (V_n) هندسية.
- نضع : $\alpha = 1$. (II)
- 3 عبر عن V_n بدلالة n و استنتج عبارة U_n بدلالة n .
- أدرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) . 2
- 3 هل (U_n) متقاربة ؟ بـر اجابتك.
- أحسب بدلالة n المجموعين : $Y_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$ و $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$ 3
- ثم استنتاج $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{Y_n}{n}$

التمرين الرابع : (70 نقاط)

- . $f(x) = \frac{3e^x + 1}{e^x + 1}$ دالة معرفة على \mathbb{R} بـ: f
- (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس .
- 1 أحسب : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و فسر النتيجة بيانيا .
- 2 بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f(x) = \frac{3 + e^{-x}}{1 + e^{-x}}$ - إستنتاج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و فسر النتيجة بيانيا .
- 3 أدرس إتجاه تغير الدالة f و شـكل جدول تغيراتها.
- 4 بين أن المنحني (C_f) يقبل $I(0.2)$ نقطة إنعطاف .
- 5 أكتب معادلة الماس عند I .
- 6 بين أن النقطة I مركز تناول للمنحني (C_f) .
- 7 بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f(x) = 1 + \frac{2e^x}{e^x + 1}$ - أوجد الدالة F الأصلية للدالة f على المجال \mathbb{R} و التي تتحقق الشرط $F(0) = \ln 6$.
- أحسب مساحة المستوي المحددة بالمنحني (C_f) و (Δ) و المستقيمين $x = 0$ و $x = 1$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04 نقاط)

الجدول التالي يمثل تطور عدد السيارات المباعة لصنع خلال سنوات معينة :

السنة	2008	2009	2010	2011	2012
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5
عدد السيارات y_i	105	111	114	120	125

- 1 △ مثل سحابة النقط $M_i(x_i, y_i)$ في معلم متعمد مبدأه $O(0; 100)$ حيث $1cm$ على محور الفواصل يمثل سنة واحدة و $1cm$ على محور الترتيب يمثل 5 سيارات .
- 2 △ عين إحداثيّي النقطة المتوسطة G و علمها .
- 3 △ أوجد معادلة لستقيم الإنحدار بالمربعات الدنيا .
- 4 △ يتوقع هذا المصنوع بـ 165 سيارة سنة 2015 ، هل هذا التوقع ممكن؟.

التمرين الثاني : (04 نقاط)

شركة توظف (العمال والإطارات). 40% إطارات و البالى عمال و من بين الإطارات 65% رجال و البالى نساء و من بين العمال 70% رجال و البالى نساء

نختار موظف من الشركة بصفة عشوائية، نرمز به: C للإطار و O للرجل.

- 1 △ شكل الشجرة المتوازنة .
- 2 △ أحسب احتمالات الحوادث التالية:
 - 1 △ الحادثة نختار رجل ” . ”
 - 2 △ الحادثة نختار رجل عامل ” . ”
 - 3 △ الحادثة نختار عامل علما أنه رجل ” . ”

التمرين الثالث : (05 نقاط)

. $U_0 = 1$ و $U_{n+1} = \frac{2}{5}U_n + 1$: \mathbb{N} بـ : (U_n) ممتالية عدديّة معرّقة على I .

1 △ أحسب الحدود : U_1 ، U_2 ، U_3 و U_4 .

2 △ برهن بالترافق على أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإنّ :

3 △ بين أنّ (U_n) متزايدة تماماً .

4 △ هل (U_n) متقاربة؟ بّرر .

نضع : $V_n = U_n - \frac{5}{3}$. (II)

يبين أن (V_n) متالية هندسية يطلب تعين أساسها و حدّها الأول . 1

أكتب V_n بدلاًة n و استنتج عبارة U_n بدلاًة n . 2

. $Y_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$ و $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$ أحسب بدلاًة n المجموعين : 3

$\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$ أحسب 4

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I - دالة معرفة على المجال $[0; +\infty]$ بـ $g(x) = x^2 - 2 + \ln x$

1 أدرس إتجاه تغير الدالة g و شكل جدول تغيراتها.

2 يبين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلّاً وحيداً α حيث $1.31 < \alpha < 1.32$.

3 إستنتاج إشارة $g(x)$ على $[0; +\infty]$.

. $f(x) = x - 2 + \frac{1 - \ln x}{x}$ دالة معرفة على المجال $[0; +\infty]$ بـ (II)

. تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس (C_f) .

1 أحسب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ و يبين أن $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ و فسر النتيجة بيانياً (تذكير).

2 يبين أن $y = x - 2$ معادلة المقارب المائل (Δ) للمنحنى (C_f).

- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

3 يبين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من D_f : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ ، إستنتاج جدول تغيرات الدالة f .

4 يبين أن $\frac{1}{\alpha}$ ثم عين حسراً $f(\alpha) = 2\alpha - 2 - \frac{1}{\alpha}$.

- هل توجد مماسات للمنحنى (C_f) توازي المستقيم (Δ) ؟

- أرسم (Δ) والمنحنى (C_f).

5 أوجد دالة F أصلية للدالة f على المجال $[0; +\infty]$.

- أحسب مساحة المستوى المحدود بالمنحنى (C_f) و (Δ) و المستقيمين $x = e$ و $x = 1$.

بال توفيق و النجاح