الموضوع الأول

حل التمرين الأول(05 نقطة)

1) تعيين باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a , b على 3 .

لدينا : $a = 3 \times 478 + 2$, $b = 3 \times 671 + 1$ 0.5ن

و منه باقي قسمة العدد a على 3 هو 2 و باقي قسمة العدد b على 3 هو 1 . 0.5ن

2) التحقق من أن : $a \equiv -1[3]$.

لدينا $a - (-1) = 1437 = 3 \times 479$ 0.5ن

و منه $a - (-1)$ مضاعف للعدد 3 و منه $a \equiv -1[3]$.

استنتاج أن : $a^{2015} + b^{1436} \equiv 0[3]$.

لدينا $a \equiv -1[3]$, $b \equiv 1[3]$ 0.5ن

و منه $a^{2015} + b^{1436} \equiv -1 + 1[3]$

ومنه $a^{2015} + b^{1436} \equiv 0[3]$. 0.5ن

3) تعيين باقي قسمة $a^3 + 7b$, $2ab$ على 3 .

لدينا $a^3 + 7b \equiv 8 + 7[3]$, $2ab \equiv 4[3]$ 0.5ن

ومنه $a^3 + 7b \equiv 0[3]$, $2ab \equiv 1[3]$ 0.5ن

و منه باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^3 + 7b$ على 3 هو 0 0.5ن

و باقي القسمة الإقليدية للعدد $2ab$ على 3 هو 1 . 0.5ن

4) تبين أن العدد $a + 52b$ يقبل القسمة على 3 .

لدينا $a + 52b \equiv 2 + 52[3]$ ومنه $a + 52b \equiv 54[3]$

و منه $a + 52b \equiv 0[3]$ ومنه العدد $a + 52b$ يقبل القسمة على 3 . 0.5ن

حل التمرين الثاني (06 نقطة)

1) حساب الحد الأول u_0 .

لدينا $u_4 = u_0 + 12$ و منه $u_2 = u_0 + 6$

و منه $2u_0 + 18 = 20$ و منه $2u_0 = 2$ و منه $u_0 = 1$. 01ن

2) كتابة عبارة الحد العام u_n بدلالة n .

من اجل كل n عدد طبيعي : $u_n = 1 + 3n$. 0.5ن

3) حساب بدلالة n المجموع S_n :

$S_n = \frac{(n+1)(u_0+u_n)}{2} = \frac{(n+1)(1+1+3n)}{2} = \frac{(n+1)(2+3n)}{2}$ 1.5ن

تعيين قيمة العدد الطبيعي n بحيث يكون : $S_n = 70$.

لدينا $S_n = 70$ تكافئ $\frac{(n+1)(2+3n)}{2} = 70$

و تكافئ $2n + 3n^2 + 2 + 3n = 140$

و تكافئ $3n^2 + 5n - 138 = 0$ معادلة من الدرجة الثانية

مميزها $\Delta = 25 - 4 \times 3(-138) = 1681$

و منه المعادلة تقبل حلين هما : $n_1 = \frac{-5+41}{6} = 6$ و $n_1 = \frac{-23}{3}$ 01ن

و منه قيمة العدد الطبيعي n بحيث يكون : $S_n = 70$ هي 6 .

4) أ) نبين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها 8 .

من اجل كل n عدد طبيعي لدينا : $v_{n+1} = 2^{3n+3+1} = 2^3 \times 2^{3n+1}$

و منه $v_{n+1} = 8v_n$ و منه المتتالية (v_n) هندسية أساسها 8 . 01ن

ب) حساب المجموع S .

$S = v_0 \times \frac{1-8^8}{1-8} = 2 \times \frac{1-8^8}{-7} = 4793490$ 01ن

حل التمرين الثالث (09 نقطة)

1) حساب نهايتي الدالة f عند طرفي مجال مجموعة تعريفها .

لدينا $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} (-2x^3) = -\infty$ 0.5ن

و $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} (-2x^3) = +\infty$. 0.5ن

2) دراسة اتجاه تغيرات الدالة f ثم أنشئ جدول تغيراتها .

حساب الدالة المشتقة : الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة f' حيث : $f'(x) = -6x^2 + 6$ 0.5ن

دراسة إشارة $f'(x)$:

$f'(x) = 0$ تكافئ $x^2 - 1 = 0$ و تكافئ $x = 1$ أو $x = -1$

و منه إشارة $f'(x)$ كما في الجدول الآتي :

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

0.5ن

و منه الدالة f $]-\infty, -1[$ و $]1, +\infty[$ و متناقصة تماماً على المجاليـــن .

إنشاء جدول تغيرات الدالة f .

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-8	↗	0	↘	$-\infty$

0.5ن

حساب القيمتين الحديتين $f(1)$ و $f(-1)$:

$f(1) = 0$, $f(-1) = -8$ 0.25ن×2

3) نبين أن $S(0; -4)$ هي نقطة انعطاف لـ (C_f) .

من اجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا : $f''(x) = -12x$ 0.5ن

و إشارة $f''(x)$ كما في الجدول الآتي :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	

0.5ن

و منه f'' تنعدم عند 0 و مغيرة إشارتها و $f(0) = -4$

و منه $S(0; -4)$ هي نقطة انعطاف لـ (C_f) .

4) كتابة معادلة للمماس (Δ) لـ (C_f) عند S .

معادلة (Δ) هي من الشكل : $y = f'(0)x + f(0)$ أي $y = 6x - 4$ 0.5ن

5) نبين أن من أجل كل x من $\mathbb{R}$:

$f(x) = -2(x+2)(x-1)^2$.

نضع $T = -2(x+2)(x-1)^2$ و منه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا :

$T = (-2x-4)(x^2-2x+1)$

$= -2x^3 + 4x^2 - 2x - 4x^2 + 8x - 4$ 0.5ن

$= -2x^3 + 6x - 4 = f(x)$

استنتاج نقط تقاطع المنحني (C_f) مع محور الفواصل .

لدينا $f(x) = 0$ تكافئ $x + 2 = 0$ أو $x - 1 = 0$ 0.5ن

و تكافئ $x = -2$ أو $x = 1$, ومنه (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين احداثياها $(1; 0)$ و $(-2; 0)$. 0.25ن

6) تعيين تقاطع المنحني (C_f) و المستقيم (d) .

المعادلة $f(x) = -4$ تكافئ $-2x^3 + 6x = 0$ 0.5ن

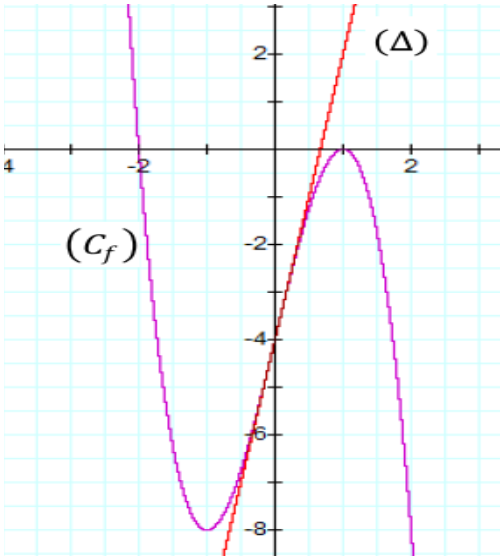
و تكافئ $-2x(x^2 - 3) = 0$ و تكافئ $-2x = 0$ أو $x^2 = 3$ 0.25ن

و تكافئ $x = 0$ أو $x = \sqrt{3}$ أو $x = -\sqrt{3}$ 0.25ن

و منه المنحني (C_f) و المستقيم (d) يتقاطعان في ثلاث نقاط احداثياها 0.25ن

$(0; -4)$, $(\sqrt{3}; -4)$ و $(-\sqrt{3}; -4)$.

7) رسم المماس (Δ) و المنحني (C_f) .



0.5ن

8) تحديد بيانياً عدد حلول المعادلة : $f(x) = -3$: (0.75+0.5)ن

عدد حلول المعادلة : $f(x) = -3$ هو 3 0.25ن

الموضوع الثاني

حل التمرين الأول(07 نقطة)

اختيار الإجابة الصحيحة من بين الأجوبة المقترحة في كل حالة من الحالات التالية مع التعليل :

ج1) يمكن كتابة الدالة f من الشكل : $f(x)=\frac{2x+1}{x-1}$. العلامة: 01ن

لأن : $\frac{2x+1}{x-1}=\frac{2x-2+3}{x-1}=2+\frac{3}{x-1}$.

ج2) f دالة قابلة للاشتقاق على المجال $]1\,;+\infty[$ و دالتها المشتقة f' بحيث

تكتب $f'(x)$ من الشكل : $f'(x)=\frac{-3}{(x-1)^2}$. العلامة: 01ن

لأن : $f'(x)=\frac{2(x-1)-1(2x+1)}{(x-1)^2}=\frac{2x-2-2x-1}{(x-1)^2}=\frac{-3}{(x-1)^2}$.

ج3) نهاية $f(x)$ عند $+\infty$ هي : 2 . العلامة: 01ن

لأن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{2x}{x}\right)=2$.

ج4) (C_f) يقبل مستقيماً مقارباً معادلته : $x=1$ العلامة: 01ن

لأن : $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ >}} f(x)=+\infty$.

ج5) باقي القسمة الاقليدية للعدد -38 على 7 هو : 4 . العلامة: 01ن

لأن : $-38=7\times(-6)+4$

ج6) n عدد طبيعي غير معدوم باقي القسمة الاقليدية للعدد 25^n على 8 هو : 1 .

لأن $25\equiv 1[8]$ و منه $25^n\equiv 1[8]$. العلامة: 01ن

ج7) x عدد صحيح باقي قسمته على 9 هو 4 فإن : $x^2\equiv 7[9]$

لأن $x\equiv 4[9]$ و منه $x^2\equiv 16[9]$ و منه $x^2\equiv 7[9]$ العلامة: 01ن

حل التمرين الثاني (05 نقطة)

1) حساب الحدود $u_1\,,\,u_2\,,\,v_0$.

لدينا $u_1=\frac{1}{4}u_0+3=\frac{1}{4}+3=\frac{13}{4}$ العلامة: 0.25ن

و $u_2=\frac{1}{4}u_1+3=\frac{13}{16}+3=\frac{61}{16}$ العلامة: 0.25ن

و $v_0=u_0-4=1-4=-3$ العلامة: 0.25ن

و $v_1=u_1-4=\frac{13}{4}-4=-\frac{3}{4}$ العلامة: 0.25ن

2) نبين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0 .

من أجل كل عدد طبيعي n لدينا :

و منه $v_{n+1}=u_{n+1}-4=\frac{1}{4}u_n+3-4$

و منه $v_{n+1}=\frac{1}{4}u_n-1=\frac{1}{4}(u_n-4)$

و منه $v_{n+1}=\frac{1}{4}v_n$ و منه (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها $\frac{1}{4}$ العلامة: 1.5ن

3) كتابة عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتاج عبارة u_n بدلالة n .

من اجل كل n عدد طبيعي لدينا :

$v_n=-3\times\left(\frac{1}{4}\right)^n$ و منه $u_n=4-3\times\left(\frac{1}{4}\right)^n$. العلامة: 0.5×2ن

4) حساب بدلالة n المجموع S_n : لدينا : $u_n=v_n+4$

و منه $S_n=(v_0+4)+(v_1+4)+\ldots\ldots\ldots+(v_n+4)$ العلامة: 0.25ن

و منه $S_n=v_0\times\frac{1-\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{4}}+4(n+1)$

$S_n=-3\times\frac{1-\frac{1}{4^{n+1}}}{\frac{3}{4}}+4n+4$ العلامة: 01ن

$S_n=-4+\frac{4}{4^{n+1}}+4n+4=4n+\frac{1}{4^n}$. العلامة: 0.25ن

حل التمرين الثالث (08 نقطة)

1) تعيين صور الأعداد $2\,,\,-2\,,\,-1\,,\,0$ بالدالة f .

$f(2)=1$ ، $f(-1)=-4$ ، $f(-2)=-3$

$f(0)=-3$. العلامة: 4×0.25ن

2) حساب : $f'(2)$ ، $f'(-1)$ ، $f'(-2)$.

$f'(2)=0$ ، $f'(-1)=0$ العلامة: 0.5×2ن

و $f'(-2)$ هو معامل توجيه المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة $A(-2;-3)$ و يشمل النقطة $B(0;-7)$ العلامة: 0.5ن

و منه $f'(-2)=\frac{-7+3}{0+2}=\frac{-4}{2}=-2$.

3) تحديد إشارة $f(x)$ على المجال $[-4\,;5]$.

إشارة $f(x)$ كما في الجدول الآتي : العلامة: 01ن

x	-4		-3		1		3		5
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

4) تحديد اتجاه تغيرات الدالة f ثم استنتاج إشارة $f'(x)$. العلامة: 0.5×2ن

الدالة f متزايدة تماماً على المجال $]-1\,,2[$ و متناقصة تماماً على المجالين $]-4\,,-1[$ و $]2\,,5[$

و منه إشارة $f'(x)$ كما في الجدول الآتي : العلامة: 0.5ن

x	-4		-1		2		5
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

5) إنشاء جدول تغيرات الدالة f . العلامة: 01ن

x	-4		-1		2		5
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	5	↘	-4	↗	1	↘	-8

6) تحديد بيانياً عدد حلول المعادلة : $f(x)=-2$. العلامة: 0.5ن

عدد حلول المعادلة : $f(x)=-2$ هو 3 .

7) نحل بيانياً المتراجحة التالية : $f(x)>-3$. العلامة: 0.5ن

حلول المتراجحة $f(x)>-3$ هي $]-4\,,-2[\cup]0\,,4[$.

8) كتابة معادلة المماس (Δ) للمنحني (C_f) .

معادلة (Δ) هي من الشكل : $y=f'(-2)(x+2)+f(-2)$ العلامة: 01ن

أي $y=-2x-7$.

**** انتهى **** مع تمنيات أستاذ المادة بالتوفيق والنجاح في شهادة البكالوريا دورة جوان 2015 ****