الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2 - 6z + 10 = 0$.

2. في المستوي المركب نعتبر النقطتين A و B اللتين لاحقتاهما $z_A = 3 - i$ و $z_B = 3 + i$.

وليكن r الدوران الذي مركزه A و $\frac{\pi}{2}$ زاوية له .أوجد العبارة المركبة للدوران r .

3. أ- أوجد لاحقة النقطة C صورة النقطة B بالدواران r.

ب-استنتج طبيعة المثلث ABC.

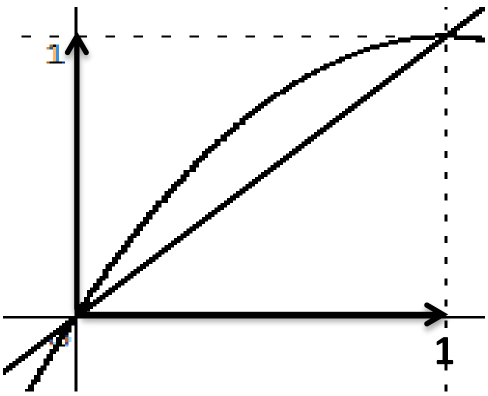
4. لتكن النقطة $D(1;1)$. و ليكن العدد المركب $L = \frac{z_A - z_D}{z_B - z_D}$.

أ- أكتب L على الشكل الجبري ثم المثلثي و الأسي.

ب- أحسب $\left(\frac{L}{\sqrt{2}}\right)^{2015}$.

ج-عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون: $\left(\frac{L}{\sqrt{2}}\right)^{n}$ حقيقيا .

التمرين الثاني: (04.5 نقاط)



في معلم متعامد ومتجانس $(O;\ \vec{i};\vec{j})$ وحدة الطول $8cm$

مثّلنا المنحني (C_f) بيان الدالة $f(x) = x(2 - x)$

على المجال $[0;1]$ و المنصف الأول $(y = x)$.

ولتكن $(u_n)_{n\in N}$ متتالية عددية معرفة بـ $u_0 = \frac{1}{8}$

و $u_{n+1} = u_n(2 - u_n)$.

1. بإستعمال الرسم المقابل مثل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 على محور الفواصل دون حسابها.

2. أ)باستعمال البرهان بالتراجع بين أنه من أجل كل عدد طبيعيn: $0 < u_n < 1$.

ب)استنتج اتجاه تغيير المتتالية (u_n). هل المتتالية (u_n) متقاربة؟ برر .

3. لتكن المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = ln(1 - u_n)$.

أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

ب) أكتب v_n بدلالة n و استنتج u_n بدلالة n ثم أحسب: $lim_{n\to+\infty} u_n$.

ج) أوجد بدلالة n المجموع : $s = v_0 + v_1 + v \ + \cdots + v_n$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\ \vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ ، نعتبر النقط: $A(1;-2;4)$ ،

$B(-2;-6;5)$ ، $C(-4;0;-3)$ و $D(-\frac{1}{2};-3;2)$.

1. أ- بين أن النقط A ، B و C ليست في استقامية.

ب- بين أن الشعاع $\vec{n}(1;-1;-1)$ ناظمي للمستوي (ABC) .

جـ- اوجد معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).

2. أ- عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) المار بالنقطة D و العمودي على المستوي (ABC).

ب- استنتج إحداثيات النقطة G المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC).

جـ- تحقق أن النقطة G هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A;2);(B;1);(C.1)\}$.

د-عين مجموعة النقط M من الفضاء بحيث: $\|2\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{CM}\|=d(O;(ABC))$.

التمرين الرابع: (07.5 نقاط)

I) - g دالة عددية معرفة على R بـ: $g(x)=(x-1)e^{-x}+2$

1. أحسب نهايات الدالة g عند حدود مجموعة تعريفها.
2. أدرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها.
3. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-0.38;-0.37[$.
4. استنتج اشارة $g(x)$ على R .

II) - f دالة عددية معرفة على R بـ: $f(x)=2x+1-xe^{-x}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ وحدة الطول $2cm$.

1. - أ- أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها.

ب- بين أن : $f'(x)=g(x)$ استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

2. أ- بين أن المستقيم (d) ذي المعادلة $y=2x+1$ مقارب مائل للمنحني (C_f)عند $+\infty$.

ب- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (d).

3. بين أن $f(\alpha)=\frac{2\alpha^2+\alpha-1}{\alpha-1}$
4. أرسم(d) و (C_f) نأخذ $\alpha=-0.37$.
5. أحسب بالسنتيمتر المربع مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيمات ذات المعادلات $y=2x+1$ ، $x=0$ و $x=2$.

III) - (Δ_m) مستقيم معادلته $y=2x+m$ حيث m عدد حقيقي .

1. عين m حتى يكون (Δ_m) مماسا للمنحني (C_f)عند نقطة يطلب تعيين احداثياتها.
2. أكتب معادلة للمماس(Δ_m) في هذه الحالة.
3. ناقش بيانيا، وحسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد و إشارة حلول المعادلة:

$$1-\frac{x}{e^x}-m=0$$