الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية. مديرية التربية لولاية غرداية.

اختبار البكالوريا التجريبية . دورة:ماي 2015.

الشعبة:علوم تجريبية. المستوى:نهائي.

اختبار في مادة:الرياضيات. عالج أحد الموضوعين على الخيار المدة: 3 ساعات ونصف.

الموضوع الأول

التمرين الأول: (4.5ن)

الفضاء منسوب لمعلم متعامد ومتجانس$\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.نعتبر النقط$A(1,-2,4)$, $B(-2,-6,5)$, $C(-4,0,-3)$.

1/ أ) بين أن النقاط$A;B;C$ ليست في استقامية.

ب) بين أن الشعاع ناظمي$\vec{n}(1,-1,-1)$للمستوي(ABC) .

ج) عين المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) .

2/ أ)أعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم المار بالنقطةO والعمودي على المستوي (ABC) .

ب) ماهي إحداثيات النقطةO' المسقط العمودي للنقطةO على المستوي (ABC) .

3/ لتكن H المسقط العمودي للنقطةO على المستقيم (BC) وt عدد حقيقي حيث $\overrightarrow{BH}=t\overrightarrow{BC}$.

أ) بين أن$t=\frac{\overrightarrow{BO}.\overrightarrow{BC}}{\|\overrightarrow{BC}\|^2}$.

ب) استنتج قيمة العدد الحقيقي t واحداثيات النقطة H .

التمرين الثاني:(05ن)

المستوي المركب منسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$ ،نعتبر النقاط $A;B;C$ لواحقها على الترتيب

$$Z_c=-4+i;Z_B=2+3i;Z_A=-i$$

1/ أ) أكتب على الشكل الجبري العدد المركب $\frac{Z_C-Z_A}{Z_B-Z_A}$.

ب) عين طويلة العدد المركب $\frac{Z_C-Z_A}{Z_B-Z_A}$ وعمدة له ثم استنتج طبيعة المثلثABC .

2/نعتبر التحويل النقطيT في المستوي الذي يرفق بكل نقطةM ذات الاحقة Z النقطةZ' حيث :

$$Z=iZ-1-i$$

أ) عين طبيعة التحويلTمحددا عناصره المميزة.

ب) ماهي صورة B بالتحويل T .

3 / لتكن D النقطة ذات ألاحقة $\cdot Z_D = -6 + 2i$

أ) بين أن النقاط $C; D; A$ في استقامية.

ب) عين نسبة التحاكي H الذي مركزه A ويحول النقطة C إلى D .

ت) عين العناصر المميزة للتشابه S الذي مركزه A ويحول B الى D .

التمرين الثالث (04.5ن)

I) $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية حدودها موجبة تماما حيث:

$$\begin{cases} ln(U_1) + ln(U_5) = -12 \\ ln(U_2) - ln(U_4) = 4 \end{cases}$$

1/ عين أساس المتتالية (U_n) وحدها الأول.

2/ تحقق أن $U_n = \frac{1}{e^{2n}}$

II) $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية معرفة كما يلي: $V_n = lnU_n + lnU_{n+1}$

أ) أتبث أن المتتالية (V_n) حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب) أحسب $\lim_{n\to+\infty} U_n$ و $\lim_{n\to+\infty} V_n$.

لتكن الدالة f المعرفة على $[0.2]$ ب:

$$f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x + 1}$$

1/أدرس اتجاه تغير الدالة f واستنتج أنه إذا كان $x \in [1,2]$ فان $f(x) \in [1,2]$.

2/ نعرف المتتالية $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ كما يلي:

$$\begin{cases} \mathrm{w}_0 = 2 \\ \mathrm{w}_{\mathrm{n}+1} = f(w_n) \end{cases}$$

أ) أنقل الشكل المقابل على ورقة الإجابة ومثل عليه الحدود الثلاثة الأولى (w_n)(موضحا خطوط الإنشاء دون حسابها). من المتتالية

ب) ماهو تخمينك حول اتجاه التغير والتقارب المتتالية (w_n).

3/أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $1 < w_n < 2$.

ب) بين أن المتتالية (w_n) متناقصة.

ج) استنتج أن (w_n) متقاربة و أحسب نهايتها.

التمرين الرابع (06ن)

I. 1/نعتبر المعادلة التفاضلية التالية:

$$y' + y = 2e^{-x} \ldots\ldots.(1)$$

yهي الدالة للمتغير الحقيقي x وقابلة لاشتقاق على $\mathbb{R}$.

أ) حل المعادلة التفاضلية $y' + y = 0 \ldots\ldots.(2)$

ب)لتكن الدالة hالمعرفة على$\mathbb{R}$ ب: $h(x) = 2xe^{-x}$.

تحقق أن الدالةhحل للمعادلة التفاضلية (1)

2/نقبل أن حلول المعادلة التفاضلية (1) تكتب على الشكل $h + g$وحيث gحل للمعادلة التفاضلية (2).

أ) عين مجموعة حلول المعادلة التفاضلية (1).

ب)عين الدالة fحل المعادلة التفاضلية (1)التي تحقق الشرط$f(0) = -1$.

II. نعتبر الدالةg المعرفة على $[0, +\infty[$ ب:$g(x) = (2x - 1)e^{-x}$.

ليكن(C_g) التمثيل البياني للدالة gفي المستوي الى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$حيث$\|\vec{i}\| = 1cm$و$\|\vec{j}\| = 2cm$.

أ)أحسب $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.

ب)أحسب الدالة المشتقة$g'(x)$ للدالةg واستنتج اتجاه تغير الدالةg ثم شكل جدول تغيرات الدالةg.

2/أ)عين احداثيا نقط تقاطع المنحني (C_g) مع محور الفواصل.

ب)أعط معادلة لكل من المماسين(T) و(T') للمنحنى (C_g) عند النقطتين اللتان فاصلتاهما $\frac{3}{2}$ و $\frac{1}{2}$ على الترتيب.

ج)أرسم (C_g) و(T) و(T') في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

3/أ)تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x \geq 0$ فان:

$$g(x) = -g'(x) + 2e^{-x}$$

ب)استنتج دالة أصلية لدالة gعلى$[0, +\infty[$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول (4.5) :

المستوي المركب منسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر العددالمركب Z حيث:
$Z = x + iy, (x, y) \in \mathbb{R}^2$. و نقطةM لاحقتهاZ .

نعتبر $p(Z)$حيث: $p(Z) = |z|^2 + 4iZ - 5 - 4i$

1/ عين مجموعة النقطMحتى يكون$P(Z)$حقيقي.

2/ عين مجموعة النقطM حتى يكون$P(Z)$ تخيلي صرف .

3/حل في $\mathbb{C}$المعادلة$p(z) = 4$.

4/نرمز إلىz_1الحل الذي جزءه التخلي سالب و Z_2 الى الحل الاخر.Aصورة Z_1 و B صورة Z_2.

5/ CنظيرةA بالنسبة الى المبدأO.

أ) عين Cلاحقة النقطة ثم استنتج طبيعة المثلثABC.

ب) عين مركز التشابه الذي نسبته $\sqrt{2}$وزاويته$\frac{3\pi}{4}$ ويحول B الى C.

التمرين الثاني : (05ن)

الفضاء منسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$نعتبر النقط $A(0,0,1); B(2,2,-1); C(-2,-7,-7); D(-3,4,4)$

و المستوي (P)المعرف بالتمثيل الوسيطي

$$\begin{cases} x = 1 + 3\alpha + \beta \\ y = 1 - 2\alpha \\ z = 4 + \alpha + \beta \end{cases} ;\ (\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$$

1/أ)بين أن النقط $A ; B ; C$تعين مستوي(ABC).

ب)تحقق أن الشعاع$\vec{n}(3,-2,1)$ ناظمي للمستوي(ABC) ثم أكتب المعادلة الديكارتية (ABC).

2/ أ)أكتب المعادلة الديكارتية للمستوي (P) ثم بيين أن المستويين (P)و(ABC) متعامدان.

ب)بين أن تقاطع (P)و(ABC) المستقيم(Δ)ذو التمثيل الوسيطي التالي

$$\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -7 + 4t \ ; t \in \mathbb{R} \\ z = -7 + 5t \end{cases}$$

ج)أحسب المسافة بين النقطة Dوالمستوي (ABC)والمسافة بين النقطةD والمستوي (P)ثم استنتج المسافة بينD و(Δ).

3/(Q) المستوي الذي يشمل النقطةD والعمودي على كل من المستويين (P) و(ABC).

أ)أكتب المعادلة الديكارتية للمستوي (Q) .

ب)بين أن المستويات (P)و(ABC)و(Q)تتقاطع في نقطة Hواحدة, ثم عين إحداثياتH.

ج)أحسب بطريقة أخرى المسافة بين النقطةDوالمستقيم (Δ) .

التمرين الثالث: (04.5ن)

لتكن (U_{n})المتتالية المعرفة على$\mathbb{N}$:

$$\begin{cases} U_0 = \dfrac{1}{8} \\ U_{n+1} = U_n(2 - U_n) \end{cases}$$

1/ أ)أحسب U_1و U_2 .

ب)باستعمال المنحنى(C) الممثل للدالة$h(x) = x(2 - x)$ والمستقيم ذو المعادلة $y = x$ مثل الحدود$U_0; U_1; U_2; U_3$على محور الفواصل (موضحا خطوط الإنشاء).

2/أ)برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي nلدينا$0 < U_n < 1$.

ب)بين أن المتتاليةU_{n}متزايدة ثم ماذا تستنتج.

3/لتكن المتتالية$(\mathrm{V_n})$ المعرفة ب:$V_n = 1 - U_n$.

أ)عبر V_{n+1} عن بدلالةV_n ثم ضع تخمينا حول عبارة V_n بدلالةn.

ب) أثبت هذا التخمين باستعمال البرهان بالتراجع مستنتجا نهايتي كل من (U_{n})و(V_{n}).

التمرين الرابع : (06 ن)

I. نعتبر الدالة g المعرفة على $]0,+\infty[$ بالشكل:

$$g(x) = x^2 - 2lnx$$

1/أدرس تغيرات الدالة g.

2/استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0,+\infty[$.

II. نعتبر الدالة f المعرفة على $]0,+\infty[$ كالتالي:

$$f(x) = \frac{x}{2} + \frac{1 + lnx}{x}$$

وليكن (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي الى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1/أحسب نهاية الدالة f عند 0 ثم فسر النتيجة بيانيا.

2/أ)أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.

ب)بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = \frac{x}{2}$ هومستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f).

ج)أدرس الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ) على المجال $]0,+\infty[$.

3/أدرس تغيرات الدالة f .

4/بين أنه توجد نقطة وحيدة B من المنحنى (C_f) يكون عندها المماس (T) للمنحنى (C_f) موازيا للمستقيم (Δ) يطلب تعيين احداثييها ثم أكتب معادلة المماس (T).

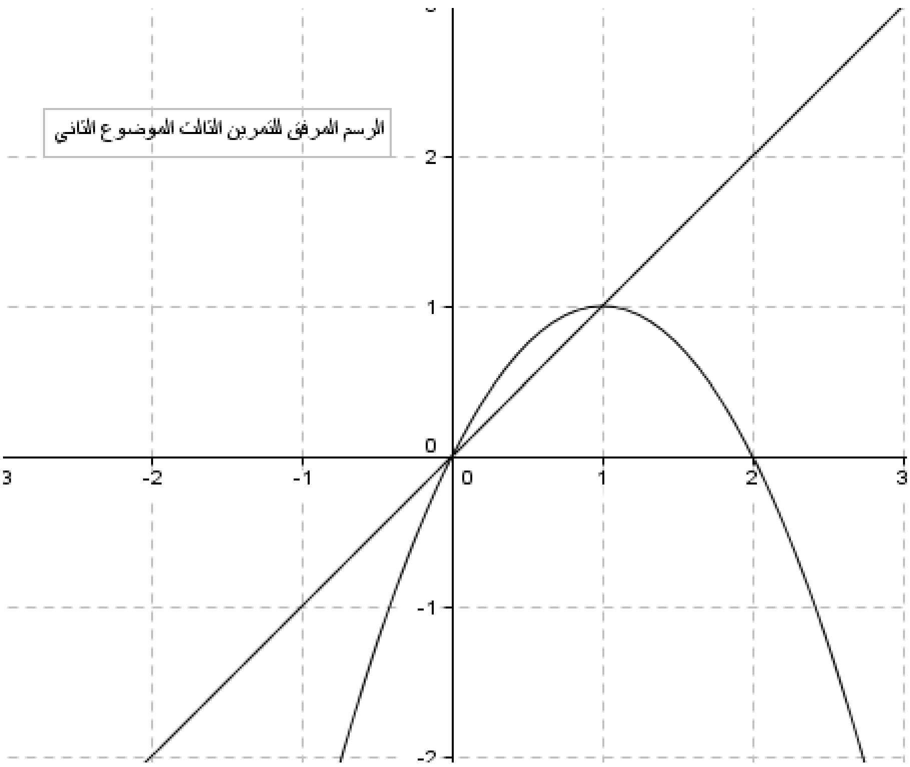
5/بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.34 < \alpha < 0.35$.

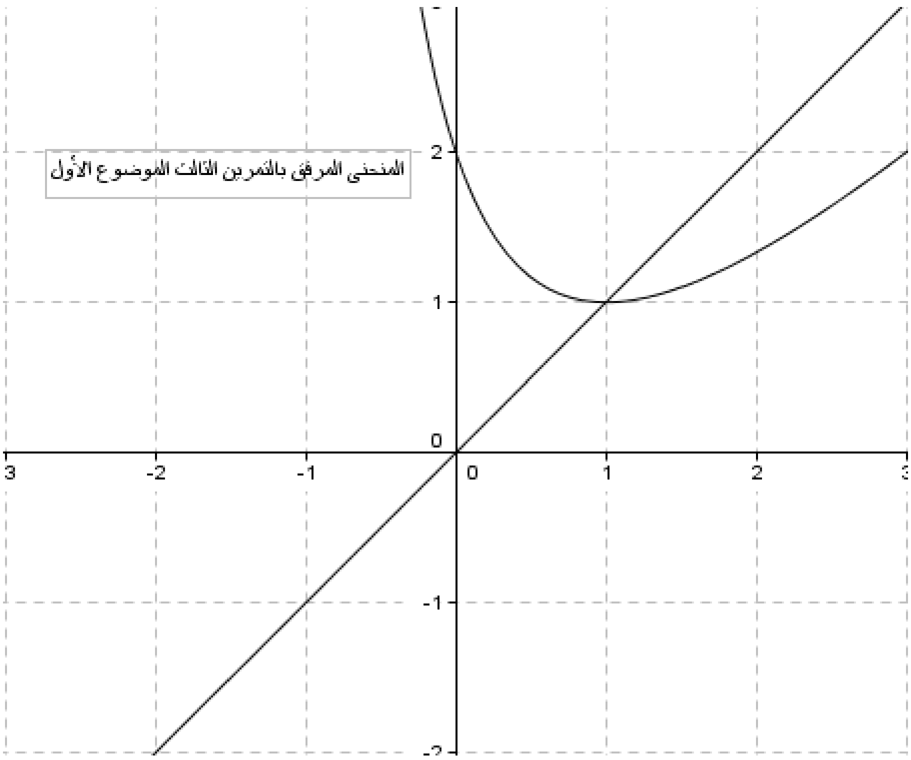
6/أنشئ المنحنى (C_f) و المستقيمين (Δ) و (T).

7/أحسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمان $x = 1$ و $x = 2$.

8/ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $(x) = \frac{x}{2} + m$.

بالتوفيق في البكالوريا


الرسم المرفق للتمرين الثالث الموضوع الثاني
-2
-1
0
1
2
3


المنحنى المرفق بالتمرين الثالث الموضوع الأول
-2
-1
0
1
2