

تنبيه : على المترشح أن يختار أحد الموضوعين

الموضوع الأول

النمرين الأول : (04.5 نقاط)

1- ليكن $P(z) = z^3 - 8z^2 + 24z - 32$ كثير الحدود ذو المتغير المركب z حيث :

أ - تحقق أن : $P(4) = 0$.

ب - عين الأعداد الحقيقية α , β و γ بحيث يكون : $P(z) = (z - 4)(\alpha z^2 + \beta z + \gamma)$.

ج - حل في المجموعة \mathbb{C} المعادلة $P(z) = 0$.

2- نعتبر النقط A , B و C ذات اللوح على الترتيب $z_A = 2 + 2i$, $z_B = 4$ و $z_C = \overline{z_A}$.

أ- علم النقط A , B و C في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ نأخذ $2cm$ كوحدة للرسم .

ب- أوجد العبارة المركبة للدوران F الذي يحول النقطة A الى B و يحول النقطة B الى C .

ت- عين مركز و زاوية الدوران F .

ث- تحقق ان O هي صورة C بالدوران F . ثم استنتج طبيعة الرباعي $OABC$.

3- أوجد إحداثيات مركز ثقل الرباعي $OABC$.

4- عين ثم أنشئ مجموعة النقط M ذات اللاحقة z التي تحقق : $|(1+i)z - 2 - 2i| = |z_A|$.

النمرين الثاني : (04.5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ نعتبر النقط $A(-2; 0; 1)$, $B(1; 2; -1)$, $C(-2; 2; 2)$.

$$\begin{cases} x = -2 \\ y = -1 + 3t \\ z = t \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$$

و المستقيم (Δ) تمثيله الوسيطى :

1- أحسب $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$. ثم أوجد قياس الزاوية $(\overline{AB}; \overline{AC})$. إستنتج أن النقط A , B و C تعين مستويا .

2- تحقق أن الشعاع $\vec{u}(2; -1; 2)$ ناظمي للمستوي (ABC) , ثم عين معادلة ديكارتية له .

3- بين أن المستويين (P_1) و (P_2) اللذين معادلتيهما على الترتيب : $x + y - 3z + 3 = 0$ و $x - 2y + 6z = 0$

يتقطعان وفق المستقيم (Δ) .

4- بين أن المستقيم (Δ) يقطع المستوي (ABC) وفق نقطة يطلب تعيينها .

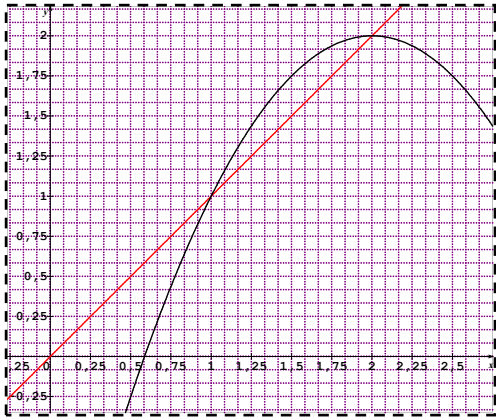
5- أكتب معادلة سطح الكرة (S) ذات المركز $\omega(1; -3; 1)$ و نصف قطرها $R = 3$.

أ- أدرس تقاطع سطح الكرة (S) والمستقيم (Δ) .

ب- بين أن المستوي (ABC) ماس لسطح الكرة (S) .

التمرين الثالث : (04.5 نقاط)

في الشكل المقابل (C_f) التمثيل البياني للدالة f على المجال $[0,3]$ حيث : $f(x) = 2 - (x - 2)^2$.



و (Δ) المستقيم الذي معادلته : $y = x$.

(1) (u_n) متتالية معرفة على \mathbb{N} كما يلي : $u_0 = \frac{5}{4}$ و $u_{n+1} = f(u_n)$

أ- مثل على محور الفواصل (على الوثيقة المرفقة) الحدود التالية :

u_0, u_1, u_2, u_3 دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل .

ب- ضع تخمينا حول إجهاد تغير المتتالية (u_n) و تقاربها .

(2) أ- برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي $n: 1 < u_n < 2$

ب- ادرس إجهاد تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج انها متقاربة .

(3) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على \mathbb{N} بالعلاقة : $v_n = \ln(2 - u_n)$

أ- برهن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها 2 . يطلب حساب حدها الأول .

ب- أكتب بدلالة n كلا من u_n و v_n ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

ج - أحسب بدلالة n المجموع : $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$

د- احسب بدلالة n الجداء : $P_n = (2 - u_0)(2 - u_1)(2 - u_2) \dots (2 - u_n)$.

التمرين الرابع : (06.5 نقاط)

الجزء الأول : لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب : $g(x) = x^2 + 3x - 4 + 4 \ln x$

1. أحسب نهايتي الدالة g عند 0 و عند $+\infty$.

2. بين أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$ ، $g'(x) = \frac{2x^2 + 3x + 4}{x}$.

3. أدرس إجهاد تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

4. أحسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $]0; +\infty[$.

الجزء الثاني : نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب : $f(x) = x + 3 \ln x - \frac{4 \ln x}{x}$

نسمي (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(\vec{o}; \vec{i}; \vec{j})$

حيث $\|\vec{i}\| = 3cm$.

1. أحسب نهايتي الدالة f عند 0 و عند $+\infty$.

2. بين أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.

- إستنتج إجهاد تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3. أدرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) و المستقيم (D) ذا المعادلة $y = x$.

4. أرسم (D) و (C_f).

5. لتكن الدالة F المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب : $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x(1 - \ln x) - 2(\ln x)^2$

• أثبت أن F هي دالة أصلية للدالة f على المجال $]0; +\infty[$.

• أحسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ومحور الفواصل

و المستقيمين اللذين معادلتهما $x = e$ و $x = 1$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04 نقاط)

$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = \frac{n+1}{2n} u_n \end{cases} \quad \text{لتكن } (u_n) \text{ متتالية عددية معرفة على } \mathbb{N}^* \text{ بـ :}$$

(1) أحسب u_2, u_3, u_4 .

(2) أ- أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_n > 0$.

ب- أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) . ماذا تستنتج حول تقارب المتتالية (u_n) ؟

(3) نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $v_n = \frac{u_n}{n}$.

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب- استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_n = \frac{n}{2^n}$.

(4) نعتبر الدالة f المعرفة على $[1; +\infty[$ بـ : $f(x) = \ln x - x \ln 2$.

- أحسب نهاية f عند $+\infty$ ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

التمرين الثاني : (04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ نعتبر النقط $B(1;1;4), A(1;2;0)$

$C(-1;1;1), D(3;4;-5), M(x;y;z)$ والشعاع \vec{v} حيث $\vec{v} = -2\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}$.

(1) بين أن الشعاع \vec{v} ثابت مركباته $\vec{v}(-2; -2; 5)$.

(2) لتكن (P) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق : $-2\vec{MA}^2 + \vec{MB}^2 + \vec{MC}^2 = 23$.

أ- بين أن المجموعة (P) تحقق العلاقة : $\vec{AM} \cdot \vec{v} = 0$, ثم استنتج طبيعة (P) محددًا عناصرها المميزة.

ب- أكتب معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S) التي مركزها D وتمس (P) في النقطة A .

(3) عين تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة $E(2; -4; -2)$ وشعاع توجيهه $\vec{u}(-1; 6; 2)$.

(4) بين أن المستقيم (Δ) محتوى في (P) ويمس سطح الكرة (S) في A .

التمرين الثالث : (05 نقاط)

$$\begin{cases} \sqrt{3}z_1 - z_2 = -2 \\ z_1 - \sqrt{3}z_2 = -2i \end{cases} \quad (1) \quad z_1 \text{ و } z_2 \text{ عدنان مركبان حل في مجموعة الأعداد المركبة } \mathbb{C} \text{ جملة المعادلتين :}$$

(2) في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ وحدة الأطوال $4cm$ نعتبر النقطتين

$$A \text{ و } B \text{ ذات اللاحقتين } z_A = -\sqrt{3} + i \text{ و } z_B = -1 + \sqrt{3}i$$

أ- أكتب على الشكل الآسي كل من z_A و z_B ثم علم النقطتين A و B .

ب- عين طولية و عمدة العدد المركب $\frac{z_A}{z_B}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABO و قيس الزاوية $(\vec{OA}; \vec{OB})$.

(3) عين لاحقة النقطة C بحيث يكون الرباعي $ACBO$ معين .
 - مثل النقطة C . ثم أحسب مساحة المثلث ABC بـ cm^2 .

(4) ليكن f التحويل الذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ حيث : $z' = e^{-i\frac{\pi}{6}}z$.
 أ- حدد طبيعة التحويل f و عين عناصره المميزة .
 (5) لتكن النقط A', B', C' صور النقط A, B, C على الترتيب بالتحويل f .
 - ما هي مساحة المثلث $A'B'C'$ بـ cm^2 .

التمرين الرابع : (07نقاط)

الجزء الأول : نعتبر الدالة g المعرفة على \mathbb{R} بـ : $g(x) = 1 - x + e^x$.

(1) أدرس تغيرات الدالة g ثم أنشئ جدول تغيراتها .

(2) إستنتج إشارة $g(x)$ على \mathbb{R} .

الجزء الثاني : لتكن f دالة معرفة على \mathbb{R} كما يلي : $f(x) = x + 1 + \frac{x}{e^x}$.

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجال تعريفها .

(2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f'(x) = e^{-x} \cdot g(x)$.

- إستنتج إجهاد تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على \mathbb{R} ثم إستنتج أن $-1 < \alpha < 0$.

(4) أ- أوجد فاصلة النقطة من (C_f) التي يكون فيها معامل توجيه المماس (Δ) للمنحنى (C_f) يساوي 2 .

ب- أكتب معادلة (Δ) ثم إستنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمماس (Δ) .

ت- أنشئ (Δ) و (C_f) على المجال $[-3; 3]$.

(5) نعتبر الدالة k المعرفة على المجال $[-3; 3]$ كما يلي : $k(x) = f(|x|)$.

نسمي (C_k) تمثيلها البياني في المعلم السابق ذكره .

أ- بين أن دالة زوجية ثم أكتب $k(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة .

ب- إشرح كيفية إنشاء (C_k) إنطلاقا من (C_f) ثم أنشئه .

الجزء الثالث : H دالة معرفة على \mathbb{R} كما يلي : $H(x) = (-x - 1)e^{-x}$.

(1) بين أن الدالة H هي دالة أصلية للدالة : $h : x \mapsto xe^{-x}$ على \mathbb{R} .

(2) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمماس (Δ) و بالمستقيمين اللذين معادلتاهما :

$x = 1$ و $x = 3$.

الثقة بالنفس مفتاح النجاح - تفائل وكن إيجابيا - بالتوفيق للجميع

وثيقة مرفقة - خاصة بالتمرين الثالث - الموضوع الأول :



الإسم واللقب :



وثيقة مرفقة - خاصة بالتمرين الثالث - الموضوع الأول :



الإسم واللقب :