
اختبار فيمادة: الرياضيات　　　　المدة: 3 ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

<u>التمرين الأول:</u> (04 نقاط)

المتتالية العددية(u_n)، معرفة على ¥حيث $U_0 = 4$والعلاقة التراجعية: $_{n+1} = \sqrt{\frac{u_n{}^2+4}{4}}$

والمتتالية العددية(v_n)،معرفة على ¥بالعلاقة : $v_n = 3\ \ _n{}^2 - 4$

1. برهن بالتراجع انه، من اجل كل عدد طبيعي n: $4 \geq \ _n \geq 1$
2. اثبت أن (v_n) متتالية هندسية اساسها $\frac{1}{4}$
3. حدد اتجاه تغير المتتالية (V_n)
4. اكتب V_nبدلالة n ثم استنتجU_nبدلالةn
5. احسب بدلالة n المجموع : $S_n = \ _0{}^2 + \ _1{}^2 + \ _3{}^2 \ldots\ldots\ldots\ldots + u_n{}^2$

<u>التمرين الثاني:</u>(05 نقاط)

1)نعتبر، في مجموعة الأعداد المركبة £، كثير الحدود$p(z)$ حيث : $p(z) = z^3 - 6z^2 + 12z - 16$

أ) أحسب $p(4)$.ب)بين أن $p(z) = (z-4)(z^2 - 2z + 4)$ ثم حل في £المعادلة $p(z) = 0$

2)المستوى منسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$ حيث : $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\| = 2$

تعطى النقطA،B،C؛ ذات اللواحق: $z_A = 4$ و $z_B = 1 + i\sqrt{3}$ و$z_C = \overline{z}_B$،على الترتيب.

أ)أنشئ بعناية A،B،C ب)ما طبيعة المثلث ABC؟ علل إجابتك .

3)لتكن النقطة K، ذات اللاحقة $z_K = -\sqrt{3} + i$

أ) عين z_F لاحقة النقطة F صورة K بالدوران الذي مركزهOوزاويته$\frac{\pi}{3}$

ب)عين z_Gلاحقة النقطة G صورة النقطة K بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{OB}$

ج) أثبت أن المستقيمين (OC) و (OF)متعامدان .

د) علم النقطتين G وK ثم بيّن أن الرباعي $OBGK$مربع.

ه)عيّنالطويلة وعمدة للعدد z_G.

التمرين الثالث : (04 نقاط)

فيالفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$،

نعتبرالنقط : $A(1;1;0)$ و $B(2;0;3)$ و $C(0;-2;5)$ و $D(1;-5;5)$.

أجب بصحيح أو خطا عن كلّ من الاقتراحات الآتية مع التبرير:

1) مجموعة النقط $M(x,y,z)$ حيث: $y=2x+4$ هي مستقيم.

2) التحويل النقطي للفضاء الذي يرفق بكل نقطة M من الفضاء النقطة M' حيث: $\overrightarrow{MM'}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}$ هو التّحاكي الذي مركزه النقطة G .حيث G مرجح الجملة : $\{(A,1),(B,1),(C,2)\}$.

3) النقط D,C,B,A من نفس المستوي.

4) الكرة التي مركزها Ω حيث $\Omega(3;3;0)$ ونصف قطرها 5 مماسة للمستوي ذو المعادلة : $2x+2y+z+3=0$.

5) مجموعة النقط M من الفضاء حيث: $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC}\right\|$ هي سطح الكرة التي أحد أقطارها $[AC]$.

6) مجموعة النقط M من الفضاء حيث: $\left(2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right)\cdot\left(\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC}\right)=0$ هي: المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AC]$.

التمرين الرابع: (7 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ بالعلاقة: $f(x)=3-x+\dfrac{\ln x}{x^3}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$،(وحدة الطول 3cm)

I. 1) احسب نهاية الدالة f عند 0 و عند $+\infty$

2) أ-بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (D) معادلته : $y=3-x$

ب-ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (D)

3) لتكن الدالة العددية g المعرفة على $]0;+\infty[$ بالعلاقة: $g(x)=-x^4+1-3\ln x$

أ- حدد اتجاه تغير الدالة g ب-شكل جدول تغيرات الدالة g ج-احسب $g(1)$ واستنتج إشارة $g(x)$

4) بين أنه، من أجل كل عدد حقيقي x، من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^4}$

استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

II. 1) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل في المجال $]0,5\,;\,0,6[$ حلا وحيدا α

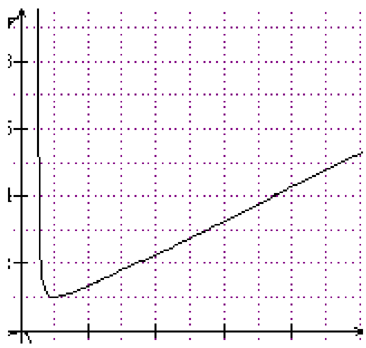
2) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبلفي المجال $]3\,;\,3,1[$ حلا وحيدا β

3) أنشئ بدقة (C_f) و (D)

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04,5 نقاط)

g الدالةالمعرفة على $\left]\frac{1}{2},+\infty\right[$ بــ : $g(x)=\frac{x^2}{2x-1}$ و (c_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$



1)أ/ بقراءة بيانية حدد اتجاه تغير g

ب/ بين انه إذا كان $x \geq 1$ فإن $g(x)\geq 1$

2) نعرف على ¥ المتتالية (u_n) كما يلي: $u_0=4$

و $u_{n+1}=g(u_n)$

أ/ مثل على حامل محور الفواصل، و باستعمال المنصف الاولللمعلم و المنحني (c_g)، الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 ، u_3.

ب/ ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها.

ج/ برهن بالتراجع، أنه من أجل كل عدد طبيعي n ،فان: $u_n \geq 1$

د/ بين أن (u_n)متناقصة ، ثم استنتج أنها متقاربةو أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

3) نعرف على ¥ المتتاليتين (v_n) و (w_n) كما يلي : $v_n=\frac{u_n-1}{u_n}$ و $w_n=\ln(v_n)$

أ/ بين أن (w_n) متتالية هندسية ، عين أساسها و حدها الاول واكتب كلا من w_n و v_n بدلالة n

ب/ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ مرة أخرى .

التمرينالثاني: (04نقاط)

المستوىمنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس المباشر $(O;\vec{u},\vec{v})$

من أجل كل عدد مركب z حيث: $z=x+iy$, x و y عددان حقيقيان و z يختلف عن $3+2i$

نضع: $z'=\frac{z+1+4i}{z-3-2i}$

1) ا- اكتب z' على الشكل الجبري .

ب- عيّن المجموعة (E) للنقط $M(z)$ حتى يكون z' حقيقيا.

ج- عيّن المجموعة (F) للنقط $M(z)$ حتى يكون z' تخيليا صرفا.

2) A و B نقطتان لاحقتاهما على الترتيب z_A و z_B حيث: $z_A=3+2i$ و $z_B=-1-4i$

أعط تفسيرا هندسيا لطويلة وعمدة العدد المركب z' ثمّ جد المجموعتين (E) و (F).

3)احسب $|z'-1|\cdot|z-3-2i|$ ثمّ استنتج المجموعة (C') للنقط $M'(z')$ عندما تتغير النقطة $M(z)$ على الدائرة (C) ذات المركز A ونصف قطرها $\sqrt{13}$.

التمرين الثالث : (05 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O\,;\vec{i}\,,\vec{j}\,,\vec{k}\right)$

نعتبر النقط: $A\left(0;2;-1\right)$، $B\left(0;0;1\right)$، $C\left(0\,;0;-1\right)$ و $H\left(0;0;h\right)$ حيث h ينتمي إلى ، $-\{-1,1\}$

1) تحقق من أن **:** $z=h$ هي معادلة ديكارتيه للمستوى $\left(P_h\right)$ المار بالنقطة H و العمودي على المستقيم $\left(BC\right)$

2) **أ-**اكتب تمثيلاوسيطي للمستقيم $\left(AB\right)$ واستنتج أن جملة المعادلتين،التالية:

$$\begin{cases} x=0 \\ y+z-1=0 \end{cases}$$ ، هي تمثيلديكارتي للمستقيم $\left(AB\right)$

ب-تحقق من أن المستقيم $\left(AB\right)$ يقطع المستوى $\left(P_h\right)$ في النقطة $N\left(0;1-h\,;h\right)$

3) نعتبر،في الفضاء، المستقيمين $\left(\Delta\right)$ و $\left(\Delta'\right)$حيث:

$$\left(\Delta'\right):\begin{cases} x=-2t+2 \\ y=2t \\ z=-2t+1 \end{cases}\quad ;t\in\text{،}\qquad \text{و}\qquad \left(\Delta\right):\begin{cases} x-z=1 \\ y=0 \end{cases}$$

ا لمستقيمان $\left(\Delta\right)$ و $\left(\Delta'\right)$يقطعان المستوى $\left(P_h\right)$ في النقطتين P و Q،على الترتيب.

عين، بدلالة h، إحداثيات كل من النقطتين P و Q.

4) أ-بين أن الرباعي $HPQN$ مستطيل.

ب- نفرض أن h ينتمي إلى $]-1\,;1[$. بين أن محيط المستطيل $HPQN$ عدد ثابت، يطلب تحديده.

التمرين الرابع :(06,5 نقاط)

الدالة f معرفة على ،كما يلي : $f(x)=\left(x^2+x-2\right)e^{\frac{-x}{2}}$

$\left(C_f\right)$تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

1)أ- برهن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^2e^{\frac{-x}{2}}\right)=0$ (ضع $x=4\alpha$) ثمّ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f\left(x\right)$ وفسر هندسيا النّتيجة.

ب- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f\left(x\right)$

2) ادرس تغيرات الدالة f و أنجز جدول تغيراتها.

3) اكتب معادلة للمماس $\left(T\right)$للمنحنى $\left(C_f\right)$في النقطة ذات الفاصلة 0؛ثمّ ارسم $\left(T\right)$و$\left(C_f\right)$.

4) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m وجود وعدد و إشارة حلول المعادلة الاتية ذات المجهول الحقيقي x

$.x^2+x-2=me^{\frac{x}{2}}$

5) F هي الدالة المعرفة على ، كما يلي: $F\left(x\right)=\left(ax^2+bx+c\right)e^{\frac{-x}{2}}$ حيث c,b,a أعداد حقيقية.

ا- عيّن الأعداد c,b,a حتى تكون الدالة F أصلية للدالة f على ،.

ب - λ عدد حقيقي حيث $\lambda>1$.احسب $S\left(\lambda\right)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $\left(C_f\right)$ والمستقيماتالتي معادلاتها: $y=0,x=1,x=\lambda$ ثمّ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}S\left(\lambda\right)$.

6)الدالة g معرفة على ، كما يلي : $g(x)=\left[f(x)\right]^2$

احسب بدلالة $g'(x)$ بدلالة كل من $f'\left(x\right)$ و $f\left(x\right)$, و استنتج إشارة $g'\left(x\right)$ ثمّ شكل جدول تغيرات الدالة g.