

بكالوريا تجريبية

دورة ماي 2015

المد 03 : ساعات ونصف

الشعبة: علوم تجريبية

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة ذات المجهول z التالية :

$$(z + \sqrt{3} - 3i)(z^2 - 6z + 12) = 0$$

2. نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O, \vec{u}; \vec{v})$ ، النقط A ، B و C التي

$$z_C = -\sqrt{3} + 3i \text{ و } z_B = \bar{z}_A , z_A = 3 + i\sqrt{3}$$

أ / اكتب على الشكل الأسّي الأعداد z_C و z_B و z_A ب/ بين أن النقط A و B و C تنتمي إلى دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.ج/ احسب الجداء : $\left(\frac{z_B}{2\sqrt{3}}\right)^{1436} \times \left(\frac{z_C}{2\sqrt{3}}\right)^{2015}$. (تعطى النتيجة على الشكل الجبري)د/ عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها العدد المركب $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n$ عددا حقيقيا سالبا3. لتكن E النقطة ذات اللاحقة $z_E = 3 - \sqrt{3}$ أ / عين العبارة المركبة للتشابه المباشر الذي مركزه E ويحول A إلى C ، محددًا نسبته وزاويتهب/ استنتج طبيعة المثلث EAC التمرين الثاني:نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ : $u_0 = \frac{1}{5}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{2u_n}{2u_n+1}$ 1. تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 1 - \frac{1}{2u_n+1}$ 2. أ / برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 < u_n < \frac{1}{2}$ ب/ تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - u_n = \frac{u_n(1-2u_n)}{2u_n+1}$ ثم استنتج أن (u_n) متزايدةج/ هل (u_n) متقاربة ؟ عين نهايتها.3. نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \frac{3^n u_n}{2u_n-1}$ أ / أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ هندسية أساسها $q = 6$ ب/ احسب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج أن $u_n = \frac{2^n}{3+2^{n+1}}$ ج/ احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

التمرين الثالث:

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ معتبر النقط $B(3; 2; -4)$ ، $A(1; 4; -5)$

$C(5; 4; -3)$ ، $D(-2; 8; 4)$ والشعاع $\vec{u}(1; 5; -1)$

1. بين أن $x - 2z - 11 = 0$ معادلة للمستوي (ABC)

2. اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (T) المار من النقطة D والموازي للشعاع $\vec{u}$

3. ليكن (P) المستوي ذي المعادلة $x - y - z = 7$

أ / بين المستويين (ABC) و (P) يتقاطعان وفق المستقيم (Δ) المعرف بالتمثيل الوسيطى :

$$\begin{cases} x = 11 + 2t \\ y = 4 + t \\ z = t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$$

ب / أثبت أن (T) و (Δ) ليسا من نفس المستوي

4. تعطى النقطتان $E(3; 0; -4)$ و $F(-3; 3; 5)$. تحقق أن النقطة E تنتمي إلى (Δ) وأن F تنتمي إلى (T)

5. لتكن (S) مجموعة النقط $M(x; y; z)$ من الفضاء حيث $\vec{ME} \cdot \vec{FE} = \alpha$ حيث $\alpha \in \mathbb{R}$

أ / جد بدلالة α معادلة ديكارتية للمجموعة (S) واستنتج أن (S) مستو يطلب تعيين شعاع ناظمي له

ب / عين قيمة α حتى يكون (S) المستوي المحوري للقطعة $[FE]$

التمرين الرابع:

1. g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = x + 1 - e^x$

أ / ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

ب / استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $g(x) \leq 0$

2. f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = (-2x^2 - x + 1)e^{-x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي

المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}; \vec{j})$. (وحدة الطول 2 cm)

أ / احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ب / بملاحظة أن : $f(x) = \left(-2 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right)x^2 e^{-x}$ ، ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا

ج / بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = (2x^2 - 3x - 2)e^{-x}$ ، عين إشارة $f'(x)$

د / شكل جدول تغيرات الدالة f

3. أ / عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

ب / بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) - (1 - 2x) = (1 - 2x) \times g(x) \times e^{-x}$

ج / استنتج وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمماس (T)

4. أ / ادرس تقاطع المنحنى (C_f) ومحور الفواصل

ب / ارسم (O_f) و (T) على المجال $[-1; +\infty[$

5. F الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$

عين الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث تكون الدالة F دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$

الموضوع الثاني

التمرين الأول:

(I) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب z التالية :

$$(z - 2)(z^2 + 2z + 4) = 0$$

(II) نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس المباشر $(O, \vec{u}; \vec{v})$ النقط A, B, C

لواحقتها على الترتيب : $z_A = -1 + i\sqrt{3}$ ، $z_B = -1 - i\sqrt{3}$ ، $z_C = 2$

$$1. \text{ أ / بين أن : } \frac{z_B - z_C}{z_A - z_C} = e^{i\frac{\pi}{3}}$$

ب/ عين طبيعة المثلث ABC

ج/ عين مركز ونصف قطر الدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABC .

2. أ / عين الطبيعة والعناصر الهندسية للمجموعة (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z

$$\text{والتي تحقق } 2(z + \bar{z}) + z\bar{z} = 0$$

ب/ تحقق أن النقطتين A و B تنتميان إلى (Γ)

3. ليكن R الدوران الذي مركزه النقطة A وزاويته $\frac{\pi}{3}$

أ / عين صورة النقطة B بالدوران R

ب/ عين z_D لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالدوران R ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$

ج/ عين صورة المجموعة (Γ) بالدوران R

التمرين الثاني:

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O, \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ، (D) المستقيم المار بالنقطتين $A(0; -1; 3)$

$$\text{و } B(3; 0; 1) \text{ ، } (\Delta) \text{ المستقيم المعرف بجملته المعادلتين : } \begin{cases} x - 2y + 3 = 0 \\ y + z - 1 = 0 \end{cases}$$

1. أ / اكتب تمثيلا وسيطيا لكل من المستقيمين (D) و (Δ)

ب / ادرس الوضع النسبي للمستقيمين (D) و (Δ)

2. (P) المستوي الذي يشمل (D) ويوازي (Δ)

اكتب تمثيلا وسيطيا للمستوي (P) ، ثم اكتب معادلة ديكارتية له

3. (P') المستوي الذي يشمل (Δ) ويوازي (D)

بين أن $\vec{n}(-1; 1; -1)$ شعاع ناظمي للمستوي (P') ، ثم اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P')

4. أ / احسب المسافة بين نقطة كيفية من (Δ) والمستوي (P)

ب/ احسب المسافة بين نقطة كيفية من (D) والمستوي (P')

ج/ احسب المسافة بين المستقيمين (D) و (Δ)

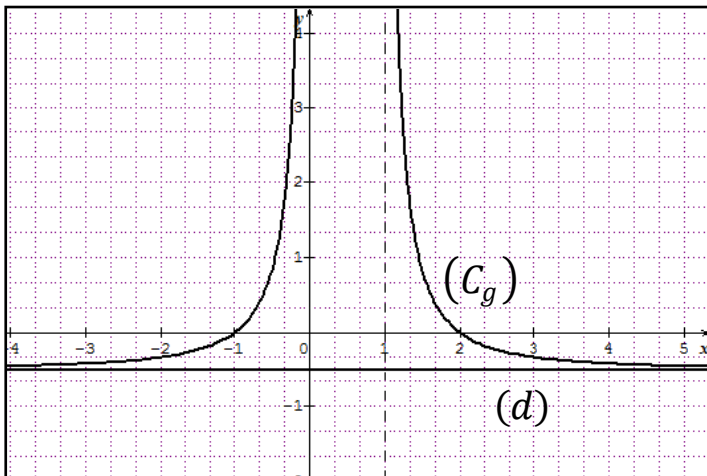
التمرين الثالث:

$$\begin{cases} u_0 = \frac{3}{2} \\ u_{n+1} = 1 + \sqrt{u_n - 1} \end{cases} \quad (u_n) \text{ متتالية عددية معرفة على } \mathbb{N} \text{ بـ:}$$

1. أ / بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : 1 \leq u_n < 2$
ب / بين أن المتتالية (u_n) متزايدة. ماذا تستنتج؟
2. نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \ln(u_n - 1)$
أ / بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول
ب / اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n
ج / احسب نهاية المتتالية (u_n)
د / احسب بدلالة n الجداء $P_n = (u_0 - 1) \times (u_1 - 1) \times \dots \times (u_n - 1)$

التمرين الرابع:

- الجزء 1: في الشكل المقابل (C_g) يمثل منحنى الدالة g المعرفة على $] -\infty; 0[\cup] 1; +\infty[$ بالعلاقة $D_g =] -\infty; 0[\cup] 1; +\infty[$ بالعبارة $g(x) = \frac{ax^2 + x + 2}{2x(x+b)}$ حيث a و b عدنان حقيقيان والمستقيم (d) ذو المعادلة $y = -\frac{1}{2}$



1. بقراءة بيانية :
أ / عين نهايات الدالة g عند اطراف مجموعة التعريف
ب / عين $g(-1)$ و $g(2)$
ج / عين إشارة $g(x)$ على D_g
د / بين أن $a = b = -1$
2. أ / تحقق أنه من أجل كل $x \in D_g$:
$$g(x) = -\frac{1}{2} - \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1}$$

ب / احسب العدد $I = \int_{1.5}^2 g(x) dx$ ثم فسره بيانيا

- الجزء 2: f دالة عددية معرفة على المجموعة $] -\infty; 0[\cup] 1; +\infty[$ كما يلي :

$$f(x) = -\frac{x}{2} + \ln\left(\frac{x-1}{x}\right) \quad (C_f) \text{ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس } (O, \vec{i}, \vec{j})$$

1. أ / احسب نهايات الدالة f عند اطراف مجموعة التعريف
ب / بين أن (C_f) يقبل ثلاث مستقيمات مقاربة أحدها المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -\frac{x}{2}$
ج / ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)
2. بين أن $f'(x) = g(x)$ من أجل كل $x \in D_f$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f
3. أثبت أن : $\Omega\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{4}\right)$ مركز تناظر لـ (C_f) ثم ارسم (C_f) و (Δ)
4. أ / بين أنه لا يوجد مماسا للمنحنى (C_f) يوازي المستقيم (Δ)
ب / ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x) = -\frac{x}{2} + m$

بالتوفيق