الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية خنشلة — **ثانوية محمد بن علي مسعودي**

امتحان بكالوريا تجريبية — **دورة ماي 2015**

الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة الرياضيات — **المدة :03 سا و30د**

اجب على أحد الموضوعين التاليين على الخيار

الموضوع الاول

التمرين الأول: (04نقاط)

في الفضاء المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. نعتبر النقط $B(1;3;0), A(1;1;2)$ و $C(2;1;1)$.

1) أ) برهن أنَ المثلث ABC قائم في النقطة C.

ب) أكتب تمثيلا وسيطيا للمستوي (ABC) ثم استنتج معادلة ديكارتية له .

2) لتكن (S) المجموعة المعرفة بـ : $x^2+y^2+z^2-4x-6y-4z+12=0$ و المستوي (P_m) المعرف بالمعادلة $x+my+z-4=0$ حيث m وسيط حقيقي .

أ) بين أنَ (S) سطح كرة يطلب تعيين مركزها Ω و نصف قطرها R.

ب) عين قيم الوسيط الحقيقي m بحيث (P_m) يقطع (S) وفق دائرة نصف قطرها يساوي $\sqrt{2}$.

3) نضع $m=1$.

أ) بين أنَ المستوي (P_1) يقطع (S) وفق دائرة يطلب تعيين نصف قطرها و مركزها .

ب) أكتب معادلة ديكارتية للمستوى (Q) الموازي تماما للمستوي (P_1) ويقطع (S) وفق دائرة نصف قطرها $\sqrt{2}$.

التمرين الثاني(05نقاط)

1.حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية: $z^2-6\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)z+9=0$

2. المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O\,;\vec{u}\,;\vec{v}\right)$,

A و B نقطتان لاحقتاهما $z_A=\frac{3\sqrt{3}}{2}+\frac{3}{2}i$ و $z_B=\frac{3\sqrt{3}}{2}-\frac{3}{2}i$ على الترتيب و r الدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{2\pi}{3}$ و الذي يحول كل نقطة $M(z)$ من المستوي إلى النقطة $M'(z')$.

أ)أكتب z_A و z_B على الشكل الأسي ثم بين أن النقطتان A و B تنتميان الى نفس الدائرة (Γ) ذات المركز O و نصف القطر 3

ب) بين أن : $z'=\left(-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z$

3. لتكن A' و B' صورتي A و B على الترتيب بالدوران r .

أ ـ أكتب على الشكل الأسي. $z_{A'}$ و $z_{B'}$ لاحقتي النقطتين A' ، B' على الترتيب .

ب ـ أحسب $\arg\left(\frac{z_{A'}}{z_B}\right)$ ، ثم برهن أن B و A' متناظرتين بالنسبة الى النقطة O و أستنتج طبيعة المثلث ABA'

التمرين الثالث: (04نقاط)

I. f الدالة العددية المعرفة على المجال $[1;2]$ بـ : $f(x)=\frac{x-}{x+3}$.

1) عين اتجاه تغير الدالة f .

2) بين انه إذا كان $1\le x\le 2$ فان: $1\le f(x)\le 2$.

II. (u_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول $u_0=2$ و $u_{n+1}=\frac{u_n-}{u_n+3}$.

1) احسب u_3,u_2,u_1.

2) برهن بالتراجع انه ،من اجل كل عدد طبيعي n فان: $1\le u_n\le 2$.

3) بين ان المتتالية (u_n) متناقصة تماما ثم استنتج انها متقاربة.

III. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة بـ: $v_n=\frac{1}{u_n-1}$.

1) بين ان متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

2) عبر عن v_n و u_n بدلالة n.

3) احسب $\lim u_n$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

نعتبر الدالة f ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على $]0,+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\frac{x\ln x}{x+1}$ وليكن (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;i;j)$ الوحدة 4 سم

1- بين أن : $f'(x)=\frac{\ln x+x+1}{(x+1)^2}$

2- نعتبر الدالة g المعرفة على $]0,+\infty[$ كما يلي : $g(x)=\ln x+x+1$

أ) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0,+\infty[$

ب) عين اشارة $g(x)$ على $]0,+\infty[$ ثم أدرس اتجاه تغير الدالة f على هذا المجال .

جـ) بين أن $f(\alpha)=-\alpha$

3) أ) أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$

ب) هل f تقبل الاشتقاق عند 0 ؟

جـ) نعرف الدالة F على المجال $[0,+\infty[$ كما يلي : $F(x)=\begin{cases} f(x) \cdots\cdots x\neq 0 \\ 0\cdots\cdots\cdots x=0\end{cases}$

- أدرس قابلية الاشتقاق للدالة F عند 0 من اليمين .

4) أ) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) أدرس اشارة $f(x)-\ln x$ على المجال $]0,+\infty[$.

جـ) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-\ln x]$.

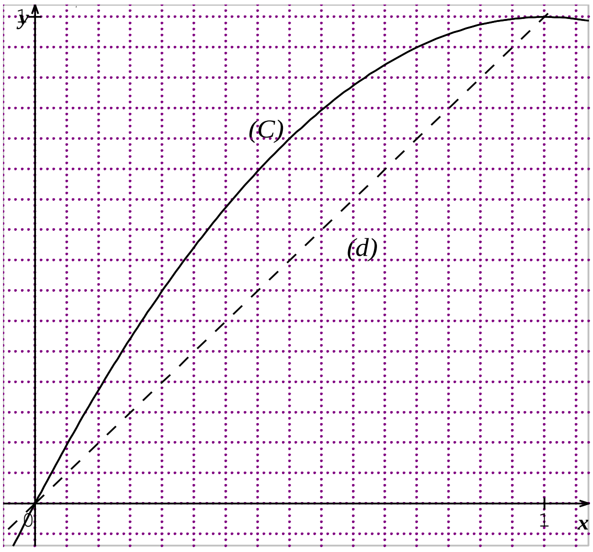
5) ليكن (Γ) المنحنى البياني للدالة $x\mapsto \ln x$

- أنشئ في نفس المعلم (Γ) و (C) .

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(04 نقاط)

لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $u_0=\frac{1}{8}$ وبالعلاقة التراجعية $u_{n+1}=f(u_n)$ حيث f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x)=x(2-x)$ و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$، (d) المستقيم ذو المعادلة $y=x$ (الرسم المقابل)



1) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n فان $0<u_n<1$.
2) باستخدام (C) و (d) مثل على حامل محور الفواصل الحدود u_0,u_1,u_2,u_3 مع إظهار خطوط الإنشاء.
3) اثبت أن المتتالية (u_n) متزايدة.
4) استنتج ان المتتالية (u_n) متقاربة ثم احسب نهايتها.
5) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=1-u_n$

أ) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n فان $v_{n+1}=v_n^2$.

ب) بين ان: $v_n=v_0^{2^n}$ ثم استنتج u_n بدلالة n.

ج) احسب $\lim v_n$ ثم تأكد من نتيجة السؤال 4)

التمرين الثاني:(04نقاط)

1. الفضاء منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$،نعتبر النقط: $A(3;0;0)$ ، $B(0;6;0)$ ، $C(0;0;4)$ و $D(-5;0;1)$.

أ. تحقق ان النقط A,B,C تعين مستوي.

ب. بين ان الشعاع $\vec{n}(4;2;3)$ ناظم للمستوي (ABC).

ت. اكتب معادلة ديكارتيه للمستوي (ABC).

2. اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة D و يعامد المستوي (ABC).

3. نسمي H المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC)؛احسب احداثيات النقطة H.

4. احسب المسافة بين النقطة D و المستوي (ABC) .

5. نعتبر النقطة $N\left(\frac{12}{5};\frac{6}{5};0\right)$.

أ. بين ان النقطة N هي المسقط العمودي للنقطة C على المستقيم (AB).

ب. احسب حجم رباعي الوجوه $DABC$.

التمرين الثالث:(05 نقاط)

1) حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية: $z^2-6z+12=0$.

2) في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$، نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب $z_A=6$ ، $z_B=3+\sqrt{3}i$ و $z_C=3-\sqrt{3}i$.

أ- أنشئ النقط A ، B و C.

ب- اكتب العدد المركب $\frac{z_A-z_B}{z_A-z_C}$ على الشكل الاسي ثم استنتج طبيعة المثلث ABC.

3) ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه C، نسبته $\sqrt{3}$ و زاويته $\frac{2\pi}{3}$.

أ- اكتب العبارة المركبة للتشابه المباشر S.

ب- عين $z_{B'}$ لاحقة النقطة B' صورة النقطة B بالتشابه المباشر S.

ت- بين ان النقط A ، B' و C في استقامية.

4) أ- عين (γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z بحيث: $z=6+2\sqrt{3}e^{i\theta}$ لما θ يتغير في $\mathbb{R}$.

ب- عين (γ') صورة (γ) بالتشابه المباشر S.

التمرين الرابع:(07 نقاط)

I. g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=1-x+e^{x-2}$ و (Γ) تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

- ادرس تغيرات الدالة g (لا يطلب حساب النهايات)،ثم استنتج إشارة $g(x)$.

II. f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x-1+\frac{x}{e^{x-2}}$ وليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

1) احسب : $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ- بين انه من اجل كل عدد حقيقي x فان: $f'(x)=\frac{g(x)}{e^{x-2}}$.

ب-استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

جـ-بين ان (C) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.

3) أ- احسب $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x-1)\right]$ و فسر النتيجة هندسيا.

ب-ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C) والمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x-1$.

4) أ- بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $]0;1[$ ثم اثبت ان : $2-\alpha=\ln\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)$.

5) بين ان المنحنى (C) يقبل مماسا (T) معامل توجيهه 1 يطلب تعيين معادلة له.

6) أنشئ (Δ) ، (T) و (C).

7) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $\frac{x}{e^{x-2}}=m+1....(E)$.

8) h الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x)=(x-1)\left(1+e^{3-x}\right)$.

أ- بين انه من اجل كل عدد حقيقي x فان: $h(x)=f(x-1)+1$.

ب- استنتج كيفية رسم (C') باستعمال (C) ثم ارسم (C') في المعلم السابق.

تمنياتي لكم بالتوفيق في امتحان شهادة البكالوريا — أستاذة المادة: عيشاوي