الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — ثانوية لحمر عمار سطارة

مديرية التربية لولاية جيجل — **إمتحان البكالوريا التجريبية**

الشعبة: **علوم تجريبية** — **دورة ماي 2015**

اختبار في مادة: **الرياضيات** — المدة: **03 سا و نصف**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول :(05 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $(z-2)(z^2-2z+4)=0$

2) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$

لتكن النقط C,B,A التي لاحقاتهاعلى الترتيب : $z_C=1-i\sqrt{3}$, $z_B=1+i\sqrt{3}$, $z_A=2$

أ/ أكتب كل من z_A , z_B و z_C على الشكل الأسي .

ب/أكتب على الشكل الجبري العدد $\left(\frac{z_C}{2}\right)^{2016}$.

ج/ عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون z_B^n عددا حقيقيا سالبا .

3) أ/ أكتب على الشكل الأسي العدد $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$

ب/ استنتج أن C هي صورة B بتحويل نقطي , يطلب تعيينه بدقة مع عناصره المميزة .

4) حدد مع التعليل طبيعة الرباعي $OBAC$.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرفة كمايلي :

$u_0=2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1$

1) أ/ أحسب u_3,u_2,u_1 (تعطى النتائج مقربة إلى 10^{-2})

ب/ ضع تخمينا حول إتجاه تغير المتتالية (u_n).

2 أ/ برهن بالتراجع انه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n\le n+3$.

ب/ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}-u_n=\frac{1}{3}(n+3-u_n)$.

جـ / إستنتج صحة تخمينك السابق.

3) نعرف متتالية (v_n)على $\mathbb{N}$ بـــ : $v_n=u_n-n$.

أ/ بين أن v_nمتتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

ب/ إستنتج عبارة u_n بدلالة n وأحسب $\lim_{n\to+\infty}u_n$.

---

4) من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n نضع: $S_n=\sum_{k=0}^{n}u_k=u_0+u_1+...+u_n$ و $T_n=\frac{S_n}{n^2}$

أ/ أكتب S_n بدلالة n . ب/ أوجد نهاية المتتالية (T_n) .

التمرين الثالث :(04نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

ليكن كل من النقطة $A(-1,1,0)$ والمستوي (p) ذو المعادلة $x-2y+2z-6=0$ والمستقيم (D) تمثيل وسيطي له : $\begin{cases} x=2t-3 \\ y=3t-2 \\ z=2t-2 \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$

1/ أ/ أحسب المسافة بين A و السوي (p) و استنتج أن A لا تنتمي إلى (p) .

ب/ أثبت أن المستقيم (D) يشمل النقطة A ويوازي المستوي (p) .

2/ أ/ جد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل A ويعامد (p).

ب/عين إحداثيات B نقطة تقاطع المستقيم (Δ) والمستوي (p) .

جـ/ أثبت أن المستقيم (Δ_0) الذي يشمل B ويوازي (D) محتوى في (p) .

3/ لتكن النقطة $C(2,-1,2)$, أحسب المسافة بين C والمستقيم (D).

التمرين الرابع:(06 نقاط)

f دالة عددية معرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـــ: $f(x)=\frac{1+\ln(x)}{x^2}$

ليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\to 0^{>}} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسر النتائج بيانيا.

2) أ/ بين انه من أجل كل عدد حقيق x من $]0,+\infty[$: $f'(x)=\frac{-1-2\ln(x)}{x^3}$.

ب/ حل في المجال $]0,+\infty[$ المتراجحة $-1-2\ln(x)>0$ و استنتج إتجاه تغير f .

جـ/ شكل جدول تغيرات الدالة f .

3) أ/ بين أن المنحنى (C_f) يتقاطع مع محور الفواصل في نقطة وحيدة يطلب حساب فاصلتها .

ب/ إستنتج إشارة $f(x)$ على المجال $]0,+\infty[$ ثم أرسم (C_f) في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

4) من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 1$ نضع I_n مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و محور الفواصل و المستقيمين ذي المعادلتين : $x=\frac{1}{e}$ و $x=n$.

أ/ بين أن $0\leq I_2\leq e-\frac{1}{2}$.

ب/ تحقق أن الدالة F المعرفة على المجال $]0,+\infty[$: $F(x)=\frac{-2-\ln(x)}{x}$ دالة أصلية للدالة f على المجال $]0,+\infty[$.

جـ/ أحسب I_n بدلالة n ثم أوجد $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(04 نقاط)

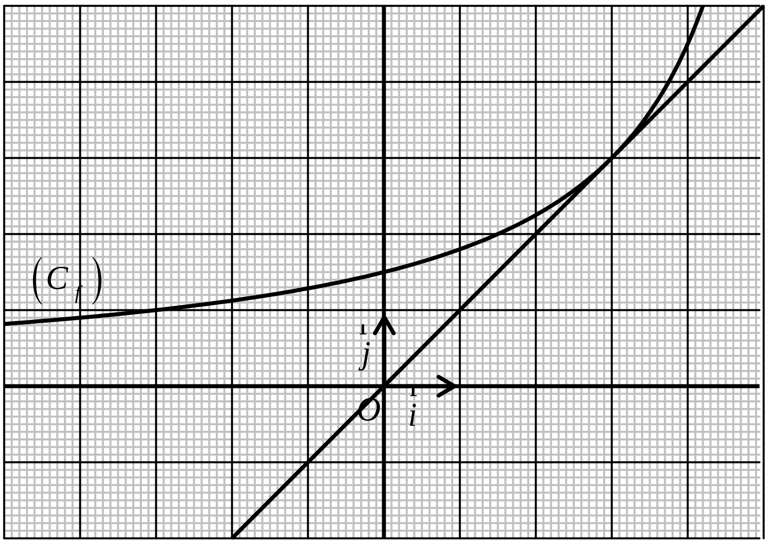
نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty,6[$ بـــ: $f\left(x\right)=\dfrac{9}{6-x}$.

نعرّف من أجل كل عدد طبيعي n المتتالية العددية $\left(u_n\right)$ حيث: $u_0=-3$, $u_{n+1}=f\left(u_n\right)$

1- الشكل المرفق يمثل المنحنى البياني للدالة f والمستقيم ذي المعادلة $y=x$

أ/ اعد رسم الشكل ثم مثل u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 على حامل محور الفواصل.

ب/ ماتخمينك حول اتجاه تغير المتتالية $\left(u_n\right)$ و تقاربها.



2- أ/ أثبت أنه ادا كان : $x\langle 3$ ،
فان : $f(x)\langle 3$.

ب/ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فان: $u_n\langle 3$.

جـ/ أدرس اتجاه تغير المتتالية $\left(u_n\right)$ ثم استنتج تقاربها.

3- نعتبر المتتالية العددية $\left(v_n\right)$ المعرفة بـ: $v_n=\dfrac{1}{u_n-3}$ من أجل كل عدد طبيعي n

أ/ أثبت أن المتتالية $\left(v_n\right)$ حسابية أساسها $-\dfrac{1}{3}$.

ب/ أكتب كلا من v_n و u_n بدلالة n .

جـ/ أحسب نهاية المتتالية $\left(u_n\right)$

التمرين الثاني:(05 نقاط)

الفضاء منسوب معلم متعامد و متجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$،لتكن النقط $A\left(0,4,1\right)$ ، $B\left(1,3,0\right)$ ، $C\left(2,-1,-2\right)$ و $D\left(7,-1,4\right)$.

1- بين أن النقط A ، B و C ليست على استقامية.

2- ليكن $\left(\Delta\right)$ المستقيم المار من D و $\vec{u}\left(2,-1,3\right)$ شعاع توجيه له

أ/ بين أن $\left(\Delta\right)$ عمودي على المستوي $\left(ABC\right)$ ثم استنتج معادلة ديكارتية للمستوي $\left(ABC\right)$.

ب/ أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم $\left(\Delta\right)$.

جـ/ أوجد إحداثيات H نقطة تقاطع $\left(\Delta\right)$ و $\left(ABC\right)$.

3- ليكن $\left(p_1\right)$ المستوي دو المعادلة: $x+y+z=0$ و $\left(p_2\right)$ المستوي دو المعادلة: $x+4y+2=0$.

أ/ بين أن المستويين $\left(p_1\right)$ و $\left(p_2\right)$ متقاطعان.

ب/ تحقق أن المستقيم (d) تقاطع (p_1) و (p_2) تمثيل وسيطي له هو: $\begin{cases} x=-4t-2 \\ y=t \\ z=3t+2 \end{cases}$ ، $t \in$

جـ/ هل المستقيم (d) و المستوي (ABC) متقاطعان .

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المستوي منسوب معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{u},\vec{v})$، نعتبر النقطتين A ، B التي لاحقتاهما على الترتيب :

$z_A=(\sqrt{3}+1)+(\sqrt{3}-1)i$ ، $z_A=(\sqrt{3}-1)+(\sqrt{3}+1)i$.

1- أكتب العدد المركب $z_C=z_A+z_B$ على الشكل الأسي.

2- أ/ تحقق أن: $z_A{}^2=4(\sqrt{3}+i)$ و $z_B=i\overline{z_A}$.

ب/ أكتب على الشكل المثلثي العدد المركب $z_A{}^2$.

جـ/ بين أن: $|z_A|=|z_B|$ و $\arg(z_A)+\arg(z_B)=\frac{\pi}{2}+2k\pi$.

- استنتج الشكل المثلثي لكل من z_A و z_B .

3- أ/ عين قيس بالراديان للزاوية $(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB})$.

- استنتج طبيعة المثلث OAB.

4- جد مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث: $|z-z_A|=|z-z_B|$

5- ليكن T تحويل نقطي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' المعرف بالعبارة المركبة: $z'=2iz+4+2i$ ، ماهي طبيعة التحويل T ؟ حدد عناصره المميزة.

التمرين الرابع: (06 نقاط)

I) g دالة معرفة على ، بالعبارة : $g(x)=x+1-e^x$

أ/ ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

ب/ استنتج انه من اجل كل عدد حقيقي x : $g(x)\leq 0$

II) f دالة معرفة على ، بالعبارة : $f(x)=(-2x^2-x+1)e^{-x}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني

1) أ/ احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ (بملاحظة أن: $f(x)=\left(-2-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right)x^2e^{-x}$) ثم فسر النتيجة.

ب/ بين انه من اجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=(2x^2-3x-2)e^{-x}$ ثم ادرس اشارة $f'(x)$

جـ/ شكل جدول تغيرات الدالة f .

2) أ/ بين أن (C_f) يقبل مماسا (T) يشمل النقطة $A(0,1)$ يطلب كتابة معادلته.

ب/ بين انه من اجل كل عدد حقيقي x : $f(x)-(1-2x)=(1-2x)\times g(x)\times e^{-x}$

جـ/ استنتج الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) و المماس (T).

3) عين احداثيات نقطة تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل ثم ارسم (C_f) و (T) على المجال $]-1,+\infty[$

4) F دالة معرفة على ، بالعبارة : $F(x)=(ax^2+bx+c)e^{-x}$

عين الاعداد الحقيقية a ، b و c بحيث تكون الدالة F دالة اصلية للدالة f .