الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية تيارت ثانوية شباح محمد- عين بوشقيف -

الشعبة : علوم تجريبية دورة ماي 2015

امتحان بكالوريا التجريبية

اختبار في مادة : الرياضيات المدة : 3 سا و30د

على المتر شح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول(04 نقاط):

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=1$ و $u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n+n-2$ من أجل كل عدد طبيعي n .

1. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 4$ لدينا: $u_n\geq 0$ (يعطى $u_4=\frac{67}{81}$).

. إذا علمت أنه من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 5$ لدينا $u_n\geq n-3$، استنتج نهاية المتتالية (u_n).

2. نعرف المتتالية (V_n) من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n=-2u_n+3n-\frac{21}{2}$

. أ- بين أن المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

. ب- استنتج من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n=\frac{25}{4}\left(\frac{1}{3}\right)^n+\frac{3}{2}n-\frac{21}{4}$.

3. أحسب بدلالة n ، المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+u_2+...+u_n$.

التمرين الثاني(04,5 نقاط):

الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

و لتكن النقط $A(1,-1,3)$ ، $B(0,3,1)$ ، $C(6,-7,-1)$ ، $D(2,1,3)$ ، $E(4,-6,2)$.

1. أ- بين ان النقطة E مرجح الجملة $\{(A,2);(B,-1);(C,1)\}$.

. ب- استنتج طبيعة (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق:

$$\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=2\sqrt{21}$$

2. أ- أثبت أن النقط A ، B و D تشكل مستوي.

.ب- أثبت أن المستقيم (EC) عمودي على المستوي (ABD).

.ج- حدد معادلة ديكارتية للمستوي (ABD).

3. أ- أعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم (EC).

.ب- أوجد احداثيات F النقطة تقاطع المستقيم (EC) و المستوي (ABD).

4. بين أن المجموعة (Γ) و المستوي (ABD) متقاطعين. حدد العناصر المميزة لهذا التقاطع.

التمرين الثالث(04,5 نقاط) :

المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة: $z^2+4z+8=0$.

تعطى الحلول على الشكل الجبري ثم على الشكل المثلثي.

2. لتكن النقطتين A و B من المستوي لاحقتاهما على الترتيب $2-2i$ و $-2+2i$.

.أ- علم النقطتين A و B ثم حدد لاحقة النقطة C صورة النقطة B بالدوران الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

.ب- لتكن النقطة D صورة النقطة C بالدوران الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$. بين أن لاحقة النقطة D هي $2-6i$.

ج- علم النقطتين C و D . ماهي طبيعة الرباعي $ABCD$.

3. α عدد حقيقي غير معدوم، و ليكن G_α مرجح الجملة $\{(A,1);(B,-1);(C;\alpha)\}$.

أ- عبر عن الشعاع $\overrightarrow{CG_\alpha}$ بدلالة الشعاع $\overrightarrow{BA}$.

ب- استنتج و أنشئ مجموعة النقط G_α لما يمسح α مجموعة الأعداد الحقيقية غير المعدومة.

ج- عين قيمة α حتى تنطبق النقطة G_α على D .

4. نفرض $\alpha=-2$. حدد و أنشئ مجموعة النقط M من المستوي و التي تحقق:

$\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=4\sqrt{2}$.

التمرين الرابع(07 نقاط):

الجزء الأول:

الدالة g المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $g(x)=\dfrac{x}{x+1}-2\ln(x+1)$.

1.أ- احسب $\lim\limits_{x\to-1} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ ، نقبل أن $\lim\limits_{x\to-1}(x+1)\ln(x+1)=0$.

ب- ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2.أ- بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين في المجال $]-1;+\infty[$ ، أحدهما معدوم والآخر α ، حيث: $-0,72\le\alpha\le-0,71$

ب-استنتج إشارة $g(x)$ على $]-1;+\infty[$.

الجزء الثاني:

f الدالة المعرفة على المجال $]-1;0[\cup]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{\ln(x+1)}{x^2}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$.(وحدة الطول $2cm$)

1. احسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها، وفسر النتائج المحصل عليها هندسيا. (نقبل أن $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(x+1)}{x}=1$)

2.أ- تحقق أنه من أجل كل x من المجال $]-1;0[\cup]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^3}$.

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-1;0[\cup]0;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3. بين أن $f(\alpha)=\dfrac{1}{2\alpha(\alpha+1)}$ ، ثم بوضع $\alpha\simeq-0.715$ احسب $f(\alpha)$.

4. أنشئ المنحنى (C_f).

الجزء الثالث:

h الدالة المعرفة على المجال $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=-\dfrac{\ln(|x|+1)}{x^2}$ و (C_h) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق.

1. بين أن الدالة h زوجية، ثم تحقق أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $h(x)=-f(x)$.

2.ارسم في نفس المعلم السابق (C_h) (دون دراسة الدالة h).

الموضوع الثاني

التمرين الأول(04,5 نقاط):

(u_n) المتتالية المعرفة بحدها الأول $u_0=-\frac{5}{4}$ و من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=(2+u_n)^2-2$.

1.أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $-2\prec u_n\prec -1$.

ب- أثبت أن المتتالية (u_n) متناقصة.

ج- استنتج أن (u_n) متقاربة ثم أحسب نهايتها.

2. (v_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n=\ln(u_n+2)$.

أ- بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تحديد حدها الأول v_0 وأساسها q.

ب- استنتج عبارة v_n بدلالة n ثم عبارة u_n بدلالة n.

3.أ- احسب، بدلالة n، المجموع S_n حيث: $S_n=v_0+v_1+...+v_n$، ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n$.

ب- استنتج بدلالة n الجداء P_n حيث: $P_n=(u_0+2)\times(u_1+2)\times...\times(u_n+2)$.

التمرين الثاني(05 نقاط):

الجزء الأول:

A، B و C ثلاث نقط من الفضاء و α، β و γ أعداد حقيقية بحيث: $\alpha+\beta+\gamma\neq 0$، و K عدد حقيقي موجب تماما.

لتكن مجموعة النقط M من الفضاء والتي تحقق: $\left\|\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}+\gamma\overrightarrow{MC}\right\|=K$.

برهن أن مجموعة النقط M كرة مركزها مرجح النقط A، B و C المثقلة بـ α، β و γ.

الجزء الثاني:

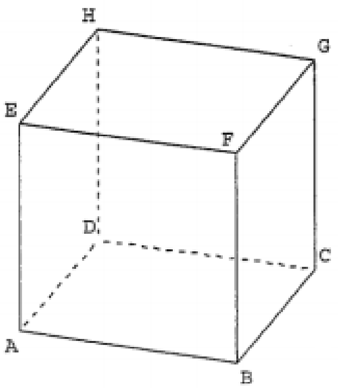
$ABCDEFGH$ مكعب طول حرفه $1cm$ كما يبينه الشكل المقابل.

نعتبر الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right)$.

1. برهن أن الشعاع $\vec{n}(1,0,1)$ ناظم للمستوي (BCE)، ثم استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (BCE).

2. عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) العمودي على المستوي (BCE) في E.

3. بين أن (Δ) يقطع المستوي (ABC) في النقطة R نظيرة النقطة B بالنسبة إلى A.



4.أ- بين أن D هي مرجح الجملة $\{(R;1),(B;-1),(C;2)\}$.

ب- بين طبيعة والخصائص المميزة للمجموعة (S) من النقط M من الفضاء التي تحقق:

$\left\|\overrightarrow{MR}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=2\sqrt{2}$.

ج- أثبت أن النقط B، E و G تنتمي إلى المجموعة (S).

د- برهن أن تقاطع (BCE) والمجموعة (S) دائرة يطلب تعيين نصف قطرها.

التمرين الثالث(04 نقاط):

1. حل في $\mathbb{C}$ مجموعة الأعداد المركبة، المعادلة (I) ذات المجهول z التالية:

$$(z+\sqrt{3}-3i)(z^2-6z+12)=0...(\mathrm{I}).$$

2. نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ النقط A، B و C التي لواحقها:

$z_A=3+i\sqrt{3}$، $z_B=3-i\sqrt{3}$ و $z_C=-\sqrt{3}+3i$ على الترتيب.

أ- أنشئ النقط A، B و C.

ب- اكتب كل من الأعداد المركبة z_A، z_C و $\frac{z_C}{z_A}$ على الشكل الأسي، ثم استنتج طبيعة المثلث OAC.

ج- بين أن : $\left(\frac{z_A}{2\sqrt{3}}\right)^{2015}+\left(\frac{z_B}{2\sqrt{3}}\right)^{2015}=-\sqrt{3}$.

3. بين أن المستقيمين (AD) و (BC) متعامدين، حيث أن النقطة D هي نظيرة النقطة C بالنسبة لمحور الفواصل.

4. عين نسبة وزاوية التشابه S الذي مركزه النقطة $E\left(3-\sqrt{3},0\right)$ ويحول النقطة A إلى C.

5. بين أن النقط A ، E ، O و C تنتمي إلى الدائرة (C)، يطلب تعين مركزها Ω ونصف قطرها r .

التمرين الرابع(06,5 نقاط):

الجزء الأول:

g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=e^x+x+1$:

1. ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2. أ- بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-1.28\prec\alpha\prec-1.27$.

ب- استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

الجزء الثاني:

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\frac{xe^x}{e^x+1}$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$، (وحدة الطول $2cm$).

1. احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$. فسر النتيجة بيانيا، ثم احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2. أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\frac{g(x)}{(e^x+1)^2}e^x$.

ب- ادرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ ،ثم شكل جدول تغيراتها.

ج- بين أن $f(\alpha)=\alpha+1$ ، ثم أعط حصرا للعدد $f(\alpha)$.

3. أ- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

ب- ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة (Δ).

4. اكتب معادلة للمستقيم (T) مماس للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0 .

5. أنشئ المستقيم المقارب والمماس (T) ثم المنحنى (C_f).

6. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $e^x(x-m)-m=0$

مع خالص تمنياتي لكم التوفيق و النجاح في شهادة البكالوريا

الأستاذ: عراب سعيد ياسين