الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — متقن القرارة ، معهدالحياة القرارة ، ثانوية زلفانة

امتحان بكالوريا التجريبي — دورة ماي 2015

الشعبة: علوم تجريبية — 2015 / 05 /18

اختبار في مادة الرياضيات — المدة: 03 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول(05 نقاط) :

نعتبر في مجموعة الأعداد المركّبة $\mathbb{C}$ المعادلة (E) ذات المجهول z التالية: $z^2-2z+10=0.........(E)$

1- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E).

2- في المستوي المركّب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط A ، B ، C و D

التي لواحقها على الترتيب : $z_A=2+i$, $z_B=1+3i$, $z_C=-3+i$ و $z_D=1-3i$.

أ/ احسب العدد المركّب $\frac{z_C-z_B}{z_A-z_B}$ ، ثم اكتبه على الشكل الأسي واستنتج أن المثلّث ABC قائم في B.

ب/ اكتب العبارة المركّبة للتشابه S الذي مركزه B ويحوّل A إلى C.

ج/ عين z_E لاحقة النقطة E بحيث تكون النقطة D صورة E بالتشابه S.

د/ عين المجموعة (Γ) مجموعة النقط $M(z)$ التي تحقق: $z=z_E+2e^{i\theta}$; $"\theta\epsilon R"$.

3- أ/ عين z_F لاحقة النقطة F التي تحقّق: $\overrightarrow{DF}=3\overrightarrow{DB}$.

ب/ استنتج نسبة التحاكي h الذي مركزه B ويحول D إلى F .

ج/ عين عناصر التحويل S' بحيث: $S'=hoS$.

د/ حدد بدقة طبيعة المجموعة (Γ') صورة (Γ) بالتحويل S'.

التمرين الثاني(04 نقاط):

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على N كما يلي: $u_0=1$ وَ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\frac{3u_n}{u_n+1}$

f دالة عددية معرفة على $]-1\,;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\frac{3x}{x+1}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ **الوثيقة المرفقة**.

1- أ / مثل على **الوثيقة المرفقة** وعلى محور الفواصل الحدود : u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 مظهرا خطوط الرسم. ب/ ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها.

2- أ / برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n: $0<u_n<2$.

ب/ أثبت أنّ المتتالية (u_n) متزايدة تماما

ج/استنتج أنّ (u_n) متقارب، ثم أحسب نهايتها.

3- نعتبر المتتالية (v_n) المعرّفة على N بـ: $v_n = 1 - \frac{2}{u_n}$.

أ/ بيّن أنّ (v_n) هندسية ، عيّن أساسها وحدّها الأول.

ب/ اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n.

ج/ تحقّق من نهاية u_n المحسوبة في السؤال 2. ب .

التمرين الثالث(04 نقاط):

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ النقط $A(1;0;0)$ ، $B(0;2;0)$ و $C(0;0;3)$.

1- تحقق من أنّ $6x+3y+2z-6=0$ معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).

2- عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) المار من النقطة O العمودي على (ABC).

3- احسب إحداثيات النقطة H نقطة تقاطع المستوي (ABC) والمستقيم (D).

4- بين أن المثلّث OAC قائم في O.

5- تحقّق أنّ الشعاع $\overrightarrow{OB}$ عمودي على كل من الشعاعين : $\overrightarrow{OA}$ و $\overrightarrow{OC}$.

6- أ / بيّن أن حجم رباعي الوجوه $OABC$ هو $1\,uv$ " uv وحدة الحجوم".

ب / استنتج مساحة المثلث ABC.

التمرين الرابع (07 نقاط) :

I) لتكن الدالة g المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 + 3x - 4 + 4\ln x$.

1- ادرس اتجاه تغيّر الدالة g.

2- شكّل جدول تغيرات الدالة g .

3- احسب $g(1)$ ثم استنتج ، حسب قيم x ، إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$.

II) لتكن الدالة f المعرّفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x) = x + 3\ln x - \frac{4\ln x}{x}$

نسمي (C) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$. (نأخذ $\|\vec{i}\| = 3cm$).

1- أحسب نهايتي الدالة f عند 0 بقيم أكبر و $+\infty$.

2- أ/ أبيّن أنّه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.

ب / استنتج اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ ، وشكّل جدول تغيّراتها.

3- ليكن المستقيم(D) المستقيم الذي معادلته $y = x$ أدرس الوضعية النسبية للمنحني (C) بالنسبة للمستقيم (D).

4- أرسم (D) و (C).

III) لتكن الدالة F المعرّفة على $]0;+\infty[$ بـ : $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x(1-\ln x) - 2(\ln x)^2$

1- أثبت أنّ F دالة اصلية للدالة f على $]0;+\infty[$.

2- احسب بالسنتيمتر المربّع ، مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحني (C) ، محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 1$ و $x = e$

الموضوع الثاني

التمرين الأول(05 نقاط) :

نعتبر في الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ المستوي (P) المعرف بالمعادلة: $-4x-3y+1=0$

والأشعّة $\vec{u}\left(6;-8;\frac{9}{2}\right)$; $\vec{v}(4;1;3)$ و $\vec{n}(3;0;-4)$ و المستقيم (D) المعرف بالتمثيل الوسيطي :

$$\begin{cases} x=t \\ y=\frac{1}{3}-\frac{4}{3}t \\ z=\frac{3}{4}t-\frac{3}{4} \end{cases} ;\ t\in R$$.

1- تحقّق أنّ المستقيم (D) محتوى في المستوي (P).

2- اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة $A(1;1;0)$ و $\vec{v}$ شعاع توجيه له

3- أ / بين أنّ الشعاع $\vec{u}$ شعاع توجيه للمستقيم (D).

ب / احسب $\vec{u}.\vec{n}$ و $\vec{v}.\vec{n}$ ثم استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (Q) الذي يحوي المستقيمين (D) و (Δ).

4- أ / احسب المسافة بين النقطة $M(x;y;z)$ وكل من (P) و (Q).

ب/ أثبت أنّ مجموعة النقط M من الفضاء المتساوية المسافة عن كل من (P) و (Q) هي اتحاد مستويين (P_1) و (P_2) يطلب تعيين معادلة ديكارتية لكل منهما. ثمّ بين أنّ (P_1) و (P_2) متعامدان.

5- عين مجموعة النقط M من الفضاء التي احداثياتها حلول الجملة الآتية:
$$\begin{cases} 4x+3y-1=0 \\ 3x-4y-3=0 \\ x+3y+4z+2=0 \end{cases}$$

التمرين الثاني (04 نقاط)

من أجل كل سؤال ، توجد إجابة واحدة صحيحة من الإجابات الثلاث المقترحة. حدد هذه الإجابة مع التبرير.

1- نعتبر الأعداد المركبة $z_A=3+i\sqrt{3}$, $z_B=\overline{z_A}$, $z_C=-\sqrt{3}+3i$ لواحق النقط A ، B ، C

في المستوي المركّب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$.

أ/ نضع: $\theta=arg\left(\frac{z_C}{z_A}\right)$ ، إذن θ هي: أ) $\theta=\frac{\pi}{2}$ ، ب) $\theta=\frac{7\pi}{6}$ ، ج) $\theta=\frac{2\pi}{3}$

ب/ نضع : $L=\left(\frac{z_A}{2\sqrt{3}}\right)^{2016}+\left(\frac{z_B}{2\sqrt{3}}\right)^{2016}$ ، قيمة L هي: أ) $L=0$ ، ب) $L=2$ ، ج) $L=2i$

ج/ q و k زاوية و نسبة على الترتيب للتشابه المباشر الذي مركزه $E(3-\sqrt{3};0)$ ويحوّل A إلى C

حيث: أ) $q=\frac{\pi}{3}$ و $k=3$ ، ب) $q=-\frac{\pi}{2}$ و $k=\frac{\sqrt{3}}{3}$ ، ج) $q=\frac{\pi}{2}$ و $k=\sqrt{3}$

2- نعتبر في $\mathbb{C}$ مجموعة الأعداد المركّبة المعادلة: $z^2+\alpha z+12=0$ حيث α عدد حقيقي.

قيم α حتى تقبل المعادلة حلين مترافقين هي : أ) $]-\infty;0[$ ، ب) $]-4\sqrt{3};4\sqrt{3}[$ ، ج) $]-\sqrt{3};\sqrt{3}[$

التمرين الثالث (04 نقاط):

I) نعرف على N^* المتتالية (u_n) حيث : $\begin{cases} u_1 = e^2 \\ u_{n+1} = e^{-\frac{1}{2}}\sqrt{u_n} \end{cases}$

1- احسب كلا من u_2 و u_3.

2- أثبت بالتراجع أنّه من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_n > \frac{1}{e}$.

3- برهن أنّه من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فإنّ: $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$ ، ماذا تستنتج بالنسبة للمتتالية (u_n)؟

II) نضع لكلّ n من N^*: $w_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} ln u_n$.

1- أثبت أن (w_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$.

2- عبّر عن w_n بدلالة n ،

3- استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $u_n = e^{3\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}-1}$ ، ثم احسب $\lim u_n$

4- احسب بدلالة n الجداء: $\pi_n = u_1 \times u_2 \times u_3 \times .... \times u_n$

التمرين الرابع (07 نقاط):

I) نعتبر الدالة العددية g المعرّفة على R بـ : $g(x) = e^{-x} + x - 1$

1- أدرس اتجاه تغير الدالة g.

2- احسب $g(0)$ ، ثم استنتج اشارة $g(x)$ على R.

II) نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرّفة على R بـ: $f(x) = \dfrac{x}{x + e^{-x}}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1- أ / بيّن أنّ: $f(x) = \dfrac{1}{1 + \dfrac{1}{xe^x}}$ لكلّ x من R^*.

ب / احسب : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ثم فسّر النتيجتين هندسيا.

2- أ / بيّن أنّ : $f'(x) = \dfrac{(1+x)e^{-x}}{(x + e^{-x})^2}$ لكلّ x من R.

ب / أدرس إشارة $f'(x)$ ثم ضع جدول تغيّرات الدالة f.

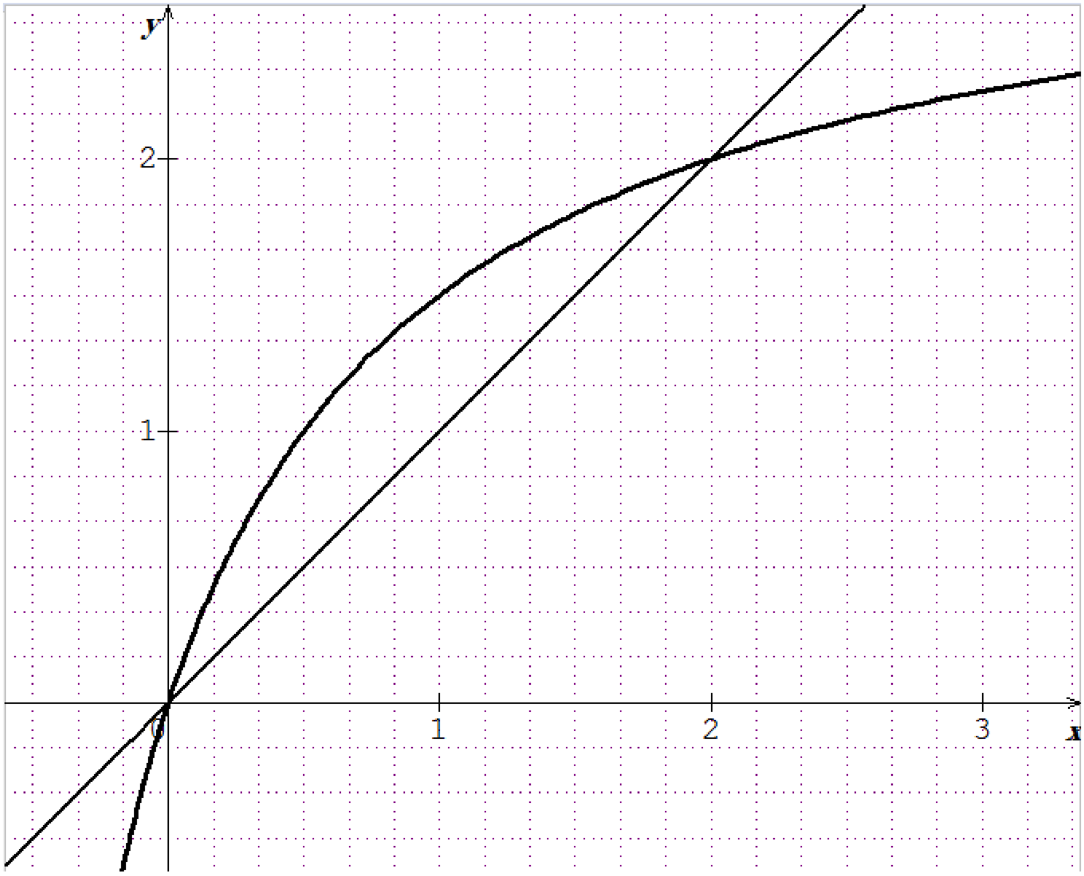
3- أ / أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحني (C_f) عند النقطة O.

ب / تحقّق من أنّ: $x - f(x) = \dfrac{xg(x)}{g(x)+1}$ لكلّ x من R ، ثم استنتج الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمماس (Δ)

4- أنشئ (Δ) و (C_f) ، (نأخذ $\frac{1}{1-e} \approx -0,6$)

5- ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $\dfrac{xe^x}{xe^x + 1} - 1 = m$

الوثيقة المرفقة



الوثيقة المرفقة