مديرية التربية لولاية الوادي ثانوية الطريفاوي – الوادي

امتحان البكالور ياالتلجريب ي فيمادة الرياضاي ت

دور ةماي 2015

الشعبة: علوم تجريبية **المد03 :ة ساعات ونصف**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة ذات المجهول z التالية :

$$\left(z+\sqrt{3}-3i\right)\left(z^2-6z+12\right)=0$$

2. نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O,\vec{u};\vec{v})$ ، النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب : $z_A=3+i\sqrt{3}$ ، $z_B=\overline{z_A}$ و $z_C=-\sqrt{3}+3i$

أ / اكتب على الشكل الأسي الأعداد z_A و z_B و z_C

ب/ بين أن النقط A و B و C تنتمي إلى دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

جـ/ احسب الجداء : $\left(\frac{z_C}{2\sqrt{3}}\right)^{2015}\times\left(\frac{z_B}{2\sqrt{3}}\right)^{1436}$. (تعطى النتيجة على الشكل الجبري)

د/ عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها العدد المركب $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n$ عددا حقيقيا سالبا

3. لتكن E النقطة ذات اللاحقة $z_E=3-\sqrt{3}$

أ / عين العبارة المركبة للتشابه المباشر الذي مركزه E ويحول A إلى C ، محددا نسبته وزاويته

ب/ استنتج طبيعة المثلث EAC

التمرين الثاني:

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ : $u_0=\frac{1}{5}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\frac{2u_n}{2u_n+1}$

1. تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=1-\frac{1}{2u_n+1}$

2. أ / برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0<u_n<\frac{1}{2}$

ب/ تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}-u_n=\frac{u_n(1-2u_n)}{2u_n+1}$ ثم استنتج أن (u_n) متزايدة

جـ/ هل (u_n) متقاربة ؟ عين نهايتها.

3. نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=\frac{3^n u_n}{2u_n-1}$

أ / أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ هندسية أساسها $q=6$

ب/ احسب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج أن $u_n=\frac{2^n}{3+2^{n+1}}$

جـ/ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

التمرين الثالث:

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O,\vec{\imath};\vec{\jmath};\vec{k}\right)$ معتبر النقط $A(1;4;-5)$، $B(3;2;-4)$،
$C(5;4;-3)$ ، $D(-2;8;4)$ والشعاع $\vec{u}(1;5;-1)$

1. بين أن $x-2z-11=0$ معادلة للمستوي (ABC)
2. اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (T) المار من النقطة D والموازي للشعاع $\vec{u}$
3. ليكن (P) المستوي ذي المعادلة$x-y-z=7$

أ / بين المستويين (ABC) و (P) يتقاطعان وفق المستقيم (Δ) المعرف بالتمثيل الوسيطي :

$$\begin{cases} x=11+2t \\ y=4+t \\ z=t \end{cases} ,(t\in\mathbb{R})$$

ب / أثبت أن (T) و (Δ) ليسا من نفس المستوي

4. تعطى النقطتان $E(3;0;-4)$ و$F(-3;3;5)$. تحقق أن النقطة E تنتمي إلى (Δ) وأن F تنتمي إلى (T)
5. لتكن (S) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء حيث ، $\overrightarrow{ME}.\overrightarrow{FE}=\alpha$ حيث $\alpha\in\mathbb{R}$

أ / جد بدلالة α معادلة ديكارتية للمجموعة (S) واستنتج أن (S) مستو يطلب تعيين شعاع ناظمي له

ب/ عين قيمة α حتى يكون (S)المستوي المحوري للقطعة $[FE]$

التمرين الرابع:

1. g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=x+1-e^{x}$

أ / ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

ب/ استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $g(x)\leq 0$

2. f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=(-2x^2-x+1)e^{-x}$ و $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{\imath};\vec{\jmath})$. (وحدة الطول $2\,cm$)

أ / احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

ب/ بملاحظة أن : $f(x)=\left(-2-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right)x^2e^{-x}$ ، ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا

جـ/ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=(2x^2-3x-2)e^{-x}$ ، عين إشارة $f'(x)$

د / شكل جدول تغيرات الدالة f

3. أ / عين معادلة المماس (T) للمنحنى $\left(C_f\right)$ عند النقطة ذات الفاصلة 0

ب/ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)-(1-2x)=(1-2x)\times g(x)\times e^{-x}$

جـ/ استنتج وضعية المنحنى $\left(C_f\right)$ بالنسبة للماس (T)

4. أ / ادرس تقاطع المنحنى $\left(C_f\right)$ ومحور الفواصل

ب/ ارسم $\left(C_f\right)$ و (T) على المجال $[-1;+\infty[$

5. F الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $F(x)=(ax^2+bx+c)e^{-x}$

عين الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث تكون الدالة F دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$

الموضوع الثاني

التمرين الأول:

I) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب z التالية :

$$(z-2)(z^2+2z+4)=0$$

II) نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس المباشر $(O,\vec{u};\vec{v})$ النقط A ، B، C لواحقها على الترتيب : $z_A=-1+i\sqrt{3}$ ، $z_B=-1-i\sqrt{3}$ ، $z_C=2$

1. أ / بين أن : $\frac{z_B-z_C}{z_A-z_C}=e^{i\frac{\pi}{3}}$

ب/ عين طبيعة المثلث ABC

جـ/ عين مركز ونصف قطر الدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABC .

2. أ / عين الطبيعة والعناصر الهندسية للمجموعة (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z والتي تحقق $2(z+\bar{z})+z\bar{z}=0$

ب/ تحقق أن النقطتين A وB تنتميان إلى (Γ)

3. ليكنR الدوران الذي مركزه النقطة A وزاويته $\frac{\pi}{3}$

أ / عين صورة النقطة B بالدورانR

ب/ عين z_D لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالدوران R ثم استنتج طبيعة الرباعي$ABCD$

جـ/ عين صورة المجموعة (Γ) بالدوران R

التمرين الثاني:

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O,\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ ، (D) المستقيم المار بالنقطتين $A(0;-1;3)$ و$B(3;0;1)$ ، (Δ) المستقيم المعرف بجملة المعادلتين : $\begin{cases} x-2y+3=0 \\ y+z-1=0 \end{cases}$

1. أ / اكتب تمثيلا وسيطيا لكل من المستقيمين (D) و (Δ)

ب / ادرس الوضع النسبي للمستقيمين (D) و (Δ)

2. (P) المستوي الذي يشمل (D) ويوازي (Δ)

اكتب تمثيلا وسيطيا للمستوي (P) ، ثم اكتب معادلة ديكارتية له

3. (P') المستوي الذي يشمل (Δ) ويوازي (D)

بين أن $\vec{n}(-1;1;-1)$ شعاع ناظمي للمستوي (P') ، ثم اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P')

4. أ / احسب المسافة بين نقطة كيفية من (Δ) والمستوي (P)

ب/ احسب المسافة بين نقطة كيفية من (D) والمستوي (P')

جـ/ احسب المسافة بين المستقيمين (D) و (Δ)

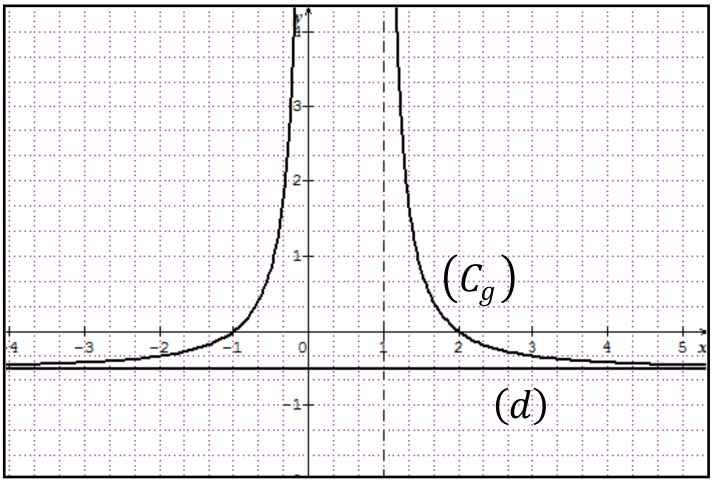
التمرين الثالث:

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ:
$$\begin{cases} u_0 = \frac{3}{2} \\ u_{n+1} = 1 + \sqrt{u_n - 1} \end{cases}$$

1. أ / بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \leq u_n < 2$
ب/ بين أن المتتالية (u_n) متزايدة. ماذا تستنتج؟
2. نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \ln(u_n - 1)$
أ / بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول
ب/ اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n
جـ/ احسب نهاية المتتالية (u_n)
د / احسب بدلالة n الجداء $P_n = (u_0 - 1) \times (u_1 - 1) \times \cdots \times (u_n - 1)$

التمرين الرابع:

الجزء1: في الشكل المقابل (C_g) يمثل منحنى الدالة g المعرفة على $D_g =]-\infty; 0[\cup]1; +\infty[$ بالعبارة $g(x) = \frac{ax^2+x+2}{2x(x+b)}$ حيث a و b عددان حقيقيان والمستقيم (d) ذو المعادلة $y = -\frac{1}{2}$



1. بقراءة بيانية :
أ / عين نهايات الدالة g عند اطراف مجموعة التعريف
ب/ عين $g(-1)$ و $g(2)$
جـ/ عين إشارة $g(x)$ على D_g
د / بين أن $a = b = -1$
2. أ / تحقق أنه من أجل كل $x \in D_g$:
$$g(x) = -\frac{1}{2} - \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1}$$
ب / احسب العدد $I = \int_{1.5}^{2} g(x)dx$ ثم فسره بيانيا

الجزء 2: f دالة عددية معرفة على المجموعة $D_f =]-\infty; 0[\cup]1; +\infty[$ كما يلي :
$f(x) = -\frac{x}{2} + \ln\left(\frac{x-1}{x}\right)$ (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}; \vec{j})$

1. أ / احسب نهايات الدالة f عند اطراف مجموعة التعريف
ب / بين أن (C_f) يقبل ثلاث مستقيمات مقاربة أحدها المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -\frac{x}{2}$
جـ/ ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)
2. بين أن $f'(x) = g(x)$ من أجل كل $x \in D_f$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f
3. أثبت أن : $\Omega\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{4}\right)$ مركز تناظر لـ (C_f) ثم ارسم (C_f) و (Δ)
4. أ / بين أنه لا يوجد مماسا للمنحنى (C_f) يوازي المستقيم (Δ)
ب / ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x) = -\frac{x}{2} + m$

بالتوفيق