الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية باتنة

إختبار البكالوريا التجريبية — ثانوية:مصطفى بن بولعيد

الشعبة:علوم تجريبية — دورة:ماي 2015

اختبار في مادة:الرياضيات — المدة: 3 ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين

الموضوع الأول:

التمرين الأول(5نقاط):

أولا:سؤال نظري: أذكر نص مبرهنة الحصر المتعلقة بالنهايات

ثانيا: المتتالية (u_n) معرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية بحدها الأول $u_0=1$ وبالعلاقة التراجعية التالية من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\frac{3u_n+2}{u_n+2}$

1)برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $0\le u_n\le 2$

2)حل في مجموعة الأعداد الحقيقية R المتراجحة: $-x^2+x+2\ge 0$

3)شكل الفرق $u_{n+1}-u_n$ بدلالة n واستنتج مماسبق اتجاه تغير المتتالية (u_n)

4) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $|u_{n+1}-2|\le\frac{1}{2}|u_n-2|$

5)استنتج من السؤال(4)أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $|u_n-2|\le\left(\frac{1}{2}\right)^n|u_0-2|$

6)إستنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة

التمرين الثاني(4 نقاط):

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ تعطى النقطتان A , B حيث $A(1,1,0)$ ، $B(3,0,-1)$ ، ونعرف المستوي (p) بمعادلة ديكارتية كما يلي: $x-y+3z+1=0$.

1)عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB) ، مستنتجا جملة معادلتين ديكارتيتين له.

2) تحقق أن تمثيلا وسيطيا ممكنا للمستوي (p) هو: $\begin{cases} x = 1 - \sim + \\ y = 2 + 2\sim - 2 \\ z = \sim - \end{cases}$ حيث $\sim$, وسيطان حقيقيان.

3) نعرف المستوي (Q) بالمعادلة: $x - 2y - z = 0$.

أ) بين أن (p) و (Q) متعامدان.

ب)بين أن المستقيم (Δ) تقاطع (p) و (Q) معين بالتمثيل الوسيطي التالي:

$\begin{cases} x = -2 - 7t' \\ y = -1 - 4t' \\ z = t' \end{cases}$ حيث t' حقيقي.

4)أ) أثبت أن النقطة D ذات الإحداثيات $(7, -2, -3)$ تنتمي إلى المستقيم (AB) مستنتجا أن النقط

D, B, A إحداها مرجح الأخريين.

ب)أحسب المسافة بين المستقيم (Δ) والنقطة A (يمكن استعمال نتائج سابقة).

<u>التمرين الثالث (4 نقاط):</u>

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

1) نعتبر النقط C, B, A التي لواحقها Z_C, Z_B, Z_A على الترتيب حيث: $Z_A = 2$, $Z_B = 1 + i\sqrt{3}$ ،
$Z_C = 1 - i\sqrt{3}$.

أ) أكتب كلا من : Z_C, Z_B, Z_A على شكل أسي.

ب) بين أن النقط: C, B, A تنتمي لدائرة يطلب تعيين مركزها وطول نصف قطرها.

ج) أنشئ النقط C, B, A ثم عين نوع الرباعي $OABC$.

2) نسمي (Γ) مجموعة النقط M من المستوى ذات اللاحقة Z حيث : $|Z| = |Z - 2|$.

بين أن المجموعة (Γ) هي مستقيم يطلب تعيين معادلة ديكارتية له.

3)أ) حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة ذات المجهول z حيث: $z^2 - 2z + 4 = 0$ ، نسمي

z_0 الحل الذي جزؤه التخيلي موجب و z_1 الحل الآخر .

ب) نضع من أجل كل عدد طبيعي n العدد: $S_n=\left(\frac{z_0}{2}\right)^{6n+1}+\left(\frac{z_1}{2}\right)^{12n+1}$ ، بين أن: $S_n=1$.

<u>التمرين الرابع(7نقاط):</u>

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]-\infty,0]$ بالشكل: $f(x)=\ln(e^{-x}+x^2)$

(c) تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1)أوجد: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

2) أ) علما أن: $\lim\limits_{x\to-\infty} xe^x=0$ ، بين أن: $\lim\limits_{x\to-\infty} x^2e^x=0$.

ب) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty,0]$ فإن: $f(x)=-x+\ln(1+x^2e^x)$

3) أوجد: $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)+x]$ واستنتج معادلة للمقارب المائل (Δ) للمنحني (c)

4) أدرس وضعية المنحني (c) مع المستقيم (Δ) .

5) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty,0]$ فإن عبارة f' مشتقة الدالة f تعطى بالعبارة : $f'(x)=\frac{2xe^x-1}{x^2e^x+1}$

6) بين أن الدالة f متناقصة تماما وضع جدول تغيراتها

7) أرسم (c) (يمكنك ملاحظة معامل توجيه المماس عند المبدأ)

8) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $e^{2m+x}-x^2e^x=1$.

الموضوع الثاني:

التمرين الأول(5 نقاط):

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$

تعطى المعادلة (1)ذات المجهول المركب z : $z^3-(4+3i)z^2+(13+12i)z-39i=0$...........$(1)$

1) أثبت أن للمعادلة (1) حلا تخيليا صرفا z_0 يطلب تعيينه

2) تحقق أن المعادلة (1) تكتب من أجل كل عدد مركب z على الشكل: $(z-3i)\left(z^2-4z+13\right)=0$

3) عين حلول المعادلة (1)

4) نعتبر في المستوي المركب النقط C,B,A التي لواحقها على الترتيب z_C,z_B,z_A حيث:

$z_C=3i$ ، $z_B=2-3i$ ، $z_A=2+3i$

أ)أحسب العدد: $\dfrac{z_B-z_A}{z_c-z_A}$ واكتبه على شكل أسي

ب)استنتج نسبة و قيس زاوية التشابه s الذي مركزه A ويحول النقطة C إلى النقطة B

ج)عين اللاحقة z_D للنقطة D حتى يكون الرباعي $ABDC$ مستطيلا .

د)عين المجموعة (Γ)للنقط M ذات اللاحقة Z بحيث يكون العدد: $\dfrac{z-z_A}{z-z_B}$ حقيقيا سالبا

ه) عين المجموعة (Γ') للنقط M بحيث: $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right\|=\dfrac{1}{2}\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right\|$

5) إستنتج حلول المعادلة (2): $z^3-(4-3i)z^2+(13-12i)z+39i=0$...........$(2)$

التمرين الثاني(4 نقاط):

نعرف المتتالية العددية $(u)_n$ على مجموعة الأعداد الطبيعية N بحدها الأول: $u_0=1$ و يعطى s_n مجموع $n+1$ من حدودها الأولى من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي: $s_n=u_0+u_1+u_2+.......+u_n$ نقبل أن:

$u_0+u_1+u_2+.......+u_n=\dfrac{e^{n+1}-1}{e-1}$ حيث: e أساس اللوغاريتم النيبيري

1)أحسب الفرق: s_n-s_{n-1} مستنتجا عبارة u_n بدلالة n .

2)أثبت أن $(u)_n$ متتالية هندسية أساسها e مبينا أنها متباعدة.

3)حدد اتجاه تغير المتتالية $(u)_n$

4)نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=\ln u_{2n+1}$

أ)بين أن العدد 2015 حد من المتتالية $(v)_n$

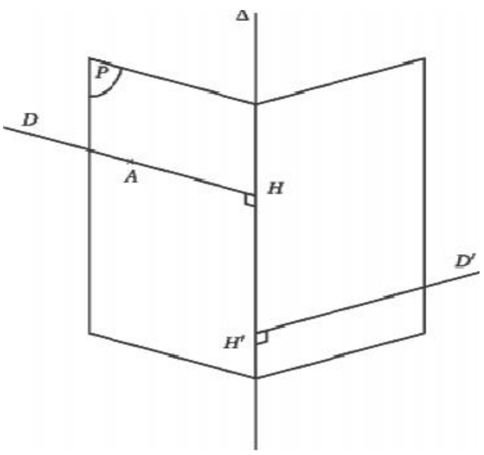
ب)أحسب المجموع s'_n حيث: $s'_n = v_0 + v_1 + v_2 + ... + v_{1007}$

ج)أحسب الجداء p_n حيث : $p_n = u_1.u_3.u_5...............u_{2015}$

التمرين الثالث(4 نقاط):

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$نعتبر المستقيم (D) الذي يشمل النقطة $A(3\ ;\ -4\ ;\ 1)$وشعاع توجيه له $\vec{u}(1;-3;1)$. والمستقيم (D')تمثيل وسيطي له : $\begin{cases} x=-1-t \\ y=2+t\ (t\in\mathbb{R}) \\ z=1-t \end{cases}$.

(نريد أن نبحث عن تمثيل وسيطي لمستقيم (Δ)العمودي على (D)و (D') وحساب المسافة بينهما لتكن النقطة H نقطة تقاطع (D)و (Δ) ، و H' نقطة تقاطع (D')و (Δ)، نسمي (P) المستوي الذي يشمل (D) و (Δ)، نفرض أن (D')يقطع (P) في H' ونقبل أن (Δ) وحيد)(كما هو مبين في الشكل).



1) بين أن الشعاع $\vec{w}(1;0;-1)$ شعاع توجيه لـــ (Δ) .

2) بين أن الشعاع $\vec{n}(3;2;3)$ ناظمي للمستوي (P) .

3) بين أن : $3x+2y+3z-4=0$ معادلة للمستوي (P) .

4) بين أن إحداثيات النقطة H' هي $(-1\ ;\ 2\ ;\ 1)$.

5)استنتج تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) .

6)عين إحداثيات النقطة H ثم احسب المسافة HH' .

التمرين الرابع(7نقاط):

I) الدالة g معرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=4xe^{2x}+1$

1) احسب من اجل كل عدد حقيقي x عبارة $g'(x)$ مشتقة الدالة g ثم ادرس اتجاه تغير g .

2)استنتج أنه من اجل كل عدد حقيقي x فإن: $g(x)>0$.

II) نعرف الدالة f على المجموعة $\mathbb{R}$ بـ الشكل: $f(x)=x+(2x-1)e^{2x}$

و $(\mathcal{C}_f)$ المنحني الممثل للدالة f في المستوي المزود بالمعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. (وحدة الطول 2 cm).

1- أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم بين أن المستقيم (d) ذا المعادلة $y=x$ هو مستقيم مقارب للمنحني $(\mathcal{C}_f)$.

ب) أدرس الوضع النسبي للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ و المستقيم (d).

2- أ) تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم شكل جدول تغيرات f .

ج) بين أن المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها ~ تحقق الحصر التالي: $0{,}40<\alpha<0{,}41$.

3) اكتب معادلة للمماس (Δ) للمنحنى $\mathcal{C}_f$ عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

4) أرسم المماس (Δ) والمنحنى $\mathcal{C}_f$.

5) m وسيط حقيقي و h_m الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h_m(x)=(x-1)e^{2x}-mx$

أ) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$: $h'_m(x)=f(x)-(x+m)$.

ب) ناقش،بيانيا حسب قيم الوسيط m ،عدد القيم الحدية للدالة h_m .

II) ليكن العدد الطبيعي n بحيث $n\geq 2$

1) برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي n ، أن $f^{(n)}(x)=2^n(2x+n-1)e^{2x}$

حيث $f^{(n)}$ هي المشتقة من الرتبة n للدالة f .

2)أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ذات الحد العام $u_n=f^{(n)}(0)$.

3) بين أن المتتالية (u_n) ليست متقاربة.