مديرية التربية لولاية بجاية — ثانوية عمارة علي (أوقاس)

المدة :3ساعات و30	امتحان بكالوريا تجريبي في مادة الرياضيات (دورة ماي 2015	الشعبة:علوم تجريبية

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول (05ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $\left(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، نعتبر النقطة $A\left(-9;-4;-1\right)$

والمستويين $\left(P_1\right): x-2y+4z-9=0$ و $\left(P_2\right)$الذي يشمل النقطة $B\left(-3;1;-1\right)$ و $\vec{n}\left(-2;1;1\right)$ شعاع ناظمي له

1) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي $\left(P_2\right)$.

2) أ- بين أن المستويين $\left(P_1\right)$ و $\left(P_2\right)$ متعامدين

ب- أعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) الناتج عن تقاطع $\left(P_1\right)$ و $\left(P_2\right)$

3) أ- احسب d_1 و d_2 بعد النقطة A عن المستويين $\left(P_1\right)$ و $\left(P_2\right)$ على الترتيب

ب- استنتج قيمة d بعد النقطة A عن المستقيم (D)

4) أ- لتكن M نقطة كيفية من المستقيم (D)، أحسب $\overline{AM}^2$ بدلالة t

ب- نعتبر الدالة f المعرفة على R كما يلي: $f(t)=2t^2-2t+3$

❖ ادرس تغيرات الدالة f ثم قارن بين القيمة الحدية للدالة f و البعد d

5) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (Q) العمودي على (D) ويشمل A

6) عين تقاطع المستويات الثلاثة $\left(P_1\right)$ ، $\left(P_2\right)$، (Q)

التمرين الثاني: (04ن)

1) $\left(u_n\right)$ متتالية هندسية حدودها موجبة تماما حيث: $\begin{cases} u_0 \times u_3 = 4\times e^{-3} \\ \ln u_2 - \ln u_4 = 6 \end{cases}$

أ-احسب الأساس q و الحد الأول u_0

ب- اكتب u_n بدلالة n.

2) نعتبر المتتالية العددية $\left(v_n\right)$ المعرفة على IN كمايلي : $v_0=6$ و $3v_{n+1}=2v_n+3$.

❖ مثل على محور الفواصل دون حسابها الحدود : v_0 ، v_1 ، v_2 ، v_3

❖ برهن بالتراجع أنه من أجل كل n من IN : $v_n \succ 3$

❖ نعتبر المتتالية العددية $\left(w_n\right)$ المعرفة على IN كمايلي: $w_n=\ln\left(v_n-3\right)$

أ- برهن أن $\left(w_n\right)$ متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها٢ وحدها الأول.

ب- اكتب w_n و v_n بدلالة n

ت- احسب بدلالة n المجموع S_n : $S_n=\left(u_0+w_0\right)+\left(u_1+w_1\right)+........+\left(u_n+w_n\right)$.

التمرين الثالث: (04ن)

في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(o;\vec{u},\vec{v}\right)$ ، نعتبر النقط B, A و C

لواحقها على الترتيب : $z_1 = 2i$ ، $z_2 = \sqrt{3}+i$ ، $z_3 = \sqrt{2}(1+i)$

1) اكتب z_1 و z_2 على الشكل الأسي

2) بين أن: $z_1^{12} = z_2^{12}$

3) اكتب $\frac{z_3}{z_2}$ على الشكل المثلثي و الجبري

4) استنتج القيمة المضبوطة لكل من : $\cos\frac{\pi}{12}$ و $\sin\frac{\pi}{12}$

5) بين أن O مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC

6) عين مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z التي تحقق : $Z = 2i + 2e^{i\theta}$ و $\theta \in R$

التمرين الرابع: (07ن)

لتكن الدالة العددية f المعرفة كمايلي:

$$\begin{cases} f(x) = -\frac{x}{2} - \ln(1-x); x \in]-\infty;0] \\ f(x) = x - 1 + \frac{2}{e^x+1}; x \in]0;+\infty[\end{cases}$$

و (C) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(o;\vec{i},\vec{j}\right)$

1/ أدرس استمرارية f عند $x=0$

2/ بين أن f قابلة للإشتقاق عند $x=0$ ثم فسر النتيجة هندسيا

3/ بين أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x) = \frac{e^{2x}+1}{\left(e^x+1\right)^2}$

4 / احسب $f'(x)$ لما $x \in]-\infty;0]$ ثم شكل جدول تغيرات f

5/ بين أن للمعادلة $f(x)=0$ حلا وحيدا α حيث : $-3 \prec \alpha \prec -2$

6/ بين أن المنحنى (C) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) يطلب تعيين معادلته

7/ أنشئ المنحنى (C) على المجال $[0;+\infty[$

8/ عين العددين الحقيقين a و b حتى تكون من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $\frac{2}{e^x+1} = a + \frac{be^x}{e^x+1}$

- عين دالة أصلية للدالة f على $]0;+\infty[$
- احسب A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) والمستقيمات ذات المعادلات

$x = \ln 2$ ، $x = \ln 3$ و $y = x - 1$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (03.5ن)

1 / لتكن **الدالة** f المعرفة على R بـ : $f(x)=x-\ln(x^2+1)$

أ- حل في R المعادلة : $f(x)=x$

ب -ادرس اتجاه تغير **الدالة** f على المجال $[0;1]$

ت -استنتج أنه من أجل x من $[0;1]$ فإن $f(x)\in[0;1]$

2/ لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على IN بالعلاقة التراجعية : $\begin{cases} u_0=1 \\ u_{n+1}=f(u_n) \end{cases}$

أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n\in[0;1]$

ب- بين أن المتتالية (u_n) متناقصة على IN

ت -استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ، ثم عين نهايتها

التمرين الثاني : (04.5ن)

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$

1/ c,b,a أعداد مركبة حيث : $a=\dfrac{-3+i}{1+i}$, $b=i\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{1}{2}i\right)^3$, $c=\dfrac{-7+i}{1-3i}$

أ- أكتب على الشكل الجبري كل من الأعداد a ، b و c

ب- احسب طويلة كل من a ، b و c

2/ نضع من أجل كل عدد مركب z : $p(z)=z^3+z^2+3z-5$

أ- أحسب $p(b)$

ب- عين العددين الحقيقيين α و β حيث : $p(z)=(z-1)(z^2+\alpha z+\beta)$

ت- حل في مجموعة الأعداد المركبة ، المعادلة $p(z)=0$

3/ لتكن النقط A ، B و C لواحقها على الترتيب : $-1+2i$ ، 1 ، $-1-2i$

أ- أ- مثل النقط A ، B و C في المعلم $(o;\vec{i},\vec{j})$

ب- عين لاحقة النقطة D صورة A بواسطة التشابه المباشر S الذي مركزه B ونسبته $\sqrt{2}$ وزاويته $\dfrac{\pi}{4}$

ت- بين أن المثلث ABD قائم و متقايس الساقين ثم حدد طبيعة الرباعي $ABCD$

لتمرين الثالث: (05ن)

الفضاء منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقط $A(1;2;3)$ ، $B(0;1;4)$ ، $C(-1;-3;2)$ ، $D(4;-2;5)$ والشعاع $\vec{n}(2;-1;1)$

1/ بين أن النقط C, B, A ليست على استقامية

2/ بين أن $\vec{n}$ شعاعا ناظميا للمستوي (ABC) معينا معادلته الديكارتية

3/ (Δ) مستقيم تمثيله الوسيطي : $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = -1 + t \\ z = 4 - t \end{cases} \quad t \in R$

- بين أن D تنتمي إلى (Δ) و (Δ) عمودي على (ABC)

4/ بين أن E مركز ثقل المثلث ABC حيث E المسقط العمودي لـ D على (ABC)

5/ اوجد المعادلة الديكارتية لسطح الكرة (S) التي مركزها D وتمس المستوي (ABC)

التمرين الرابع: (07ن)

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال : $I =]-\infty; -\ln 2[\cup]-\ln 2; +\infty[$

بـ : $f(x) = 3x + 1 + \dfrac{e^{-x} - 1}{2 - e^{-x}}$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}, \vec{j})$ $\left(\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2\ cm \right)$

1/ عين الأعداد $c; b; a$ حيث: $f(x) = 3x + \dfrac{a}{2 - e^{-x}}$ و $f(x) = 3x + b + \dfrac{ce^{-x}}{2 - e^{-x}}$

2/ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من I : $f'(x) = \dfrac{(3e^{-x} - 4)(e^{-x} - 3)}{(2 - e^{-x})^2}$

3/ ادرس تغيرات الدالة f

4/ احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} [f(x) - 3x]$ ، $\lim\limits_{x \to +\infty} \left[f(x) - (3x + \dfrac{1}{2}) \right]$

- استنتج ان المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين (Δ) و (Δ') يطلب اعطاء معادلة لكل منهما

5 / أنشئ (Δ) و (Δ') و (C_f)

6 / نعتبر الدالة G المعرفة على $]-\ln 2; +\infty[$ بـ : $G(x) = \ln(2 - e^{-x})$

- بين أن الدالة G هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto \dfrac{e^{-x}}{2 - e^{-x}}$ على المجال $]-\ln 2; +\infty[$

7/ احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات $x = 0$ ، $x = 1$ و $y = 3x + \dfrac{1}{2}$

8/ أ- هل توجد مماسات توازي المستقيم (Δ)

ب – ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $e^x = m(2e^x - 1)$

$(\ln 3 \approx 1{,}09 \ ، \ \ln 2 \approx 0{,}69)$