الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية برج بوعريريج — وزارة التربية الوطنية — ثانوية بوسام محمد الشريف

امتحان تجريبي لشهادة البكالوريا — دورة ماي 2015

الشعبة : علوم تجريبية — المدة 03 ساعات ونصف

على الطالب أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول:

في الفضاء المزود بالمعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، نعتبر النقط $A\left(1;-1;4\right)$ و $B\left(7;-1;-2\right)$ ، $C\left(1;5;-2\right)$ ؛ والشعاع $\vec{n}\left(1;1;1\right)$.

1) أ) بيّن أن النقط A ، B، C تعيّن مستو.

ب) أثبت أنّ الشعاع $\vec{n}$ ناظم للمستوي $\left(ABC\right)$، ثم استنتج معادلة ديكارتية لـ $\left(ABC\right)$.

ج) أثبت أن المثلث ABC متقايس الأضلاع.

د) عيّن احداثيات النقطة I منتصف القطعة $\left[AB\right]$، ثم احسب مساحة المثلث ABC.

2) ليكن المستقيم $\left(\Delta\right)$ المعرف بتمثيله الوسيطي:

$$\begin{cases} x=-2t \\ y=-2t-2 \\ z=-2t-3 \end{cases}$$ ؛ حيث $t\in\mathbb{R}$.

أ) أثبت أن $\left(\Delta\right)$ عمودي على المستوي $\left(ABC\right)$، ثم عيّن احداثيات G نقطة تقاطعهما.

ب) تحقّق أن النقطة $D\left(0;-2;-3\right)$ تنتمي الى $\left(\Delta\right)$، ثم احسب حجم رباعي الوجوه $DABC$.

3) لتكن $\left(S\right)$ مجموعة النقط $M\left(x;y;z\right)$ من الفضاء حيث: $x^2+y^2+z^2-6x-2y-24=0$.

أ- بين أن $\left(S\right)$ سطح كرة، يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

ب- عيّن احداثيات النقطتين E، F تقاطع $\left(S\right)$ و $\left(\Delta\right)$.

التمرين الثاني:

لتكن $\left(u_n\right)$ المتتالية المعرّفة على $\mathbb{N}$ كمايلي : $u_0=0$، $u_{n+1}=1-\dfrac{4}{u_n+3}$.

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $-1<u_n\leq 0$.

2) أ) بيّن أن المتتالية $\left(u_n\right)$ متناقصة على $\mathbb{N}$. **ب)** هل $\left(u_n\right)$ متقاربة. برّر اجابتك ؟

3) نعتبر $\left(v_n\right)$ المتتالية المعرّفة على $\mathbb{N}$ كمايلي: $v_n=\dfrac{1}{u_n+1}$.

أ) بيّن أن المتتالية $\left(v_n\right)$ حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول v_0 .

ب) أكتب عبارة v_n بدلالة n ، ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n. **ج)** أحسب $\lim\limits_{n} u_n$.

4) نضع: $S_n=\dfrac{1}{n^2}\left(v_0+v_1+...+v_n\right)$ ؛

- بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $\left|S_n-\dfrac{1}{4}\right|<\dfrac{3}{n}$ ، ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$.

التمرين الثالث: .

$(O;\vec{u};\vec{v})$ معلم متعامد و متجانس للمستوى المركب . A ، B و C نقط من المستوى المركب لواحقها على الترتيب Z_A ، Z_B و Z_C حيث : $Z_A = -2i$ ، $Z_B = -\sqrt{3}+i$ و $Z_C = \sqrt{3}+i$.

1) أ) أكتب الشكل المثلثي لـ Z_A ؛ Z_B و Z_C .

ب) بيّن أن النقط A ، B و C تنتمي إلى نفس الدائرة (C) التي مركزها O ؛ يطلب تعيين نصف قطرها.

ج) علّم النقط A ، B و C ثم ارسم الدائرة (C).

2) أ) أكتب العدد $\dfrac{Z_B - Z_A}{Z_C - Z_A}$ على الشكل الجبري، ثم على الشكل الأسي. ب) استنتج طبيعة المثلث ABC .

3) ليكن R الدوران الذي مركزه A وزاويته $\dfrac{\pi}{3}$. حدد الكتابة المركبة للدوران R.

أ) عيّن Z_G لاحقة النقطة G حيث $R(O)=G$.

ب) أكتب المعادلة الديكارتية للدائرة (C') صورة الدائرة (C) بالدوران R .

4) لتكن (E) مجموعة النقط M من المستوى المركب حيث : $|Z| = |iZ+1-i\sqrt{3}|$.

• بين أن المجموعة (E) هي محور القطعة $[OC]$ ، ثم اكتب المعادلة الديكارتية لـ (E).

التمرين الرابع:

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x) = \dfrac{\ln x}{x}$

وليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) احسب: $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$ ، ثم فسر النتائج بيانيا .

2) أ) اثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x) = \dfrac{1-\ln x}{x^2}$.

ب) ادرس اتجاه تغير f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

3) بيّن أن المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف I ، يطلب تعيين احداثيتها.

4) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C) الذي يشمل المبدأ O.

5) أنشئ المنحنى (C)، والمماس (T) .

6) m عدد حقيقي موجب تماما، ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة : $m^x = x$.

7) بيّن أن الدالة: $x \mapsto \frac{1}{2}(\ln x)^2$ دالة أصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$ ، ثم احسب مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى (C) و المستقيمات التي معادلاتها $y=0$ ، $x=1$ ، $x=e$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول:

في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، نعتبر النقط $A\left(2;1;-1\right)$ ، $B\left(-1;2;4\right)$ ، $C\left(0;-2;3\right)$ ، $D\left(1;1;-2\right)$ ؛ و المستوي $\left(P\right)$ الذي معادلته $x-2y+z+1=0$.

المطلوب: أجب بصحيح أو خطأ ، مع تبرير الإجابة في كل حالةممايلي.

1) النقط A ، B، C في استقامية.

2) المستقيم $\left(AC\right)$ محتوى في المستوي $\left(P\right)$.

3) معادلة المستوي $\left(Q\right)$ محور القطعة $\left[AB\right]$ هي: $-3x+y+5z-1=0$.

4) التمثيل الوسيطي للمستقيم $\left(AC\right)$ هو:

$$\begin{cases} x=2\lambda \\ y=3\lambda+2 \\ z=-4\lambda+3 \end{cases}$$ ؛ حيث $\lambda\in\mathbb{R}$.

5) المستقيمان $\left(AB\right)$ و $\left(CD\right)$ متعامدان.

6) سطح الكرة التي مركزها D ونصف قطرها $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ مماسة للمستوي $\left(P\right)$.

7) النقطة $E\left(\dfrac{-4}{3};\dfrac{2}{3};\dfrac{5}{3}\right)$ المسقط العمودي للنقطة C على المستوي $\left(P\right)$.

التمرين الثاني:

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب Z التالية : $\left(Z+i+\sqrt{3}\right)\left(Z^2-2\sqrt{3}Z+4\right)=0$.

2) $(O;\vec{u};\vec{v})$ معلم متعامد و متجانس للمستوى المركب، نعتبر النقط A ، B و C و التي لواحقها على الترتيب :

$Z_A=\sqrt{3}+i$ ، $Z_B=\overline{Z_A}$ و $Z_C=-\sqrt{3}-i$. (حيث i هو العدد المركب الذي يحقق : $i^2=-1$)

أ) أكتب الشكل الأسي لـ Z_A ؛ ثم استنتج الشكل الأسي لـ Z_B و Z_C .

ب) عين Z_D لاحقة النقطة D بحيث يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع.

3) ليكن التحويل S الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها Z النقطة M' التي لاحقتها Z' حيث:

$$Z'=\left(1-i\sqrt{3}\right)Z-\sqrt{3}+3i$$

- عيّن طبيعة التحويل S محدّدا عناصره المميزة.

4) أ) بيّن أن (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z التي تحقّق: $\left(Z-Z_A\right).\left(\overline{Z-Z_A}\right)=Z_C.\overline{Z_C}$ هي دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

ب) عين (Γ') صورة (Γ) بالتحويل S ، محدّدا عناصرها المميزة .

التمرين الثالث:

نعتبر (u_n) المتتالية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0 = 0$ ، $u_1 = 3$ ، $u_{n+2} = \frac{3}{2}u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n$.

1) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 3$.

ب) في الورقة المرفقة (ترجع مع ورقة الامتحان) ، مثلنا في معلم متعامد متجانس المستقيمين ذو المعادلتين:

$$y = \frac{1}{2}x + 3 \text{ ، } y = x .$$

• مثّل على حامل محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 ، u_3 (دون حسابها)، مبرزا خطوط الانشاء.

ج) أعط تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) وتقاربها.

3) نعتبر (v_n) المتتالية المعرّفة على $\mathbb{N}$ كمايلي: $v_n = u_n - 6$.

أ) بيّن أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب) أكتب عبارة v_n بدلالة n ، ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n.

ج) أحسب $\lim_{n} u_n$ ، ماذا تستنتج؟.

التمرين الرابع:

الجزء الأول: g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = e^{-x}(x-1) + 2$.

1) احسب نهايات الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$. **2)** ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0,38 < \alpha < -0,36$.

4) استنتج إشارة $g(x)$ من أجل كل عدد حقيقي x .

الجزء الثاني : نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = 2x + 1 - xe^{-x}$

وليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) بين أن : $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$.

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$. **3)** استنتج اشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

4) بين أن $f(\alpha) = 2\alpha + 3 + \frac{2}{\alpha - 1}$ أعط حصرا لـ $f(\alpha)$.

5) بيّن أن المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف I ، يطلب تعيين احداثيتها.

6) بين ان المنحى (C) يقبل مستقيم مقارب (Δ) معادلته : $y = 2x + 1$ ، ثم أدرس الوضعية (C) بالنسبة إلى المستقيم (Δ)

7) انشئ المنحى (C) في المعلم السابق وعلى مجال $[-1.5 ; +\infty[$ تعطى ($f(-1,5) = 4,72$).

8) لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x) = f(x^2 e^x)$

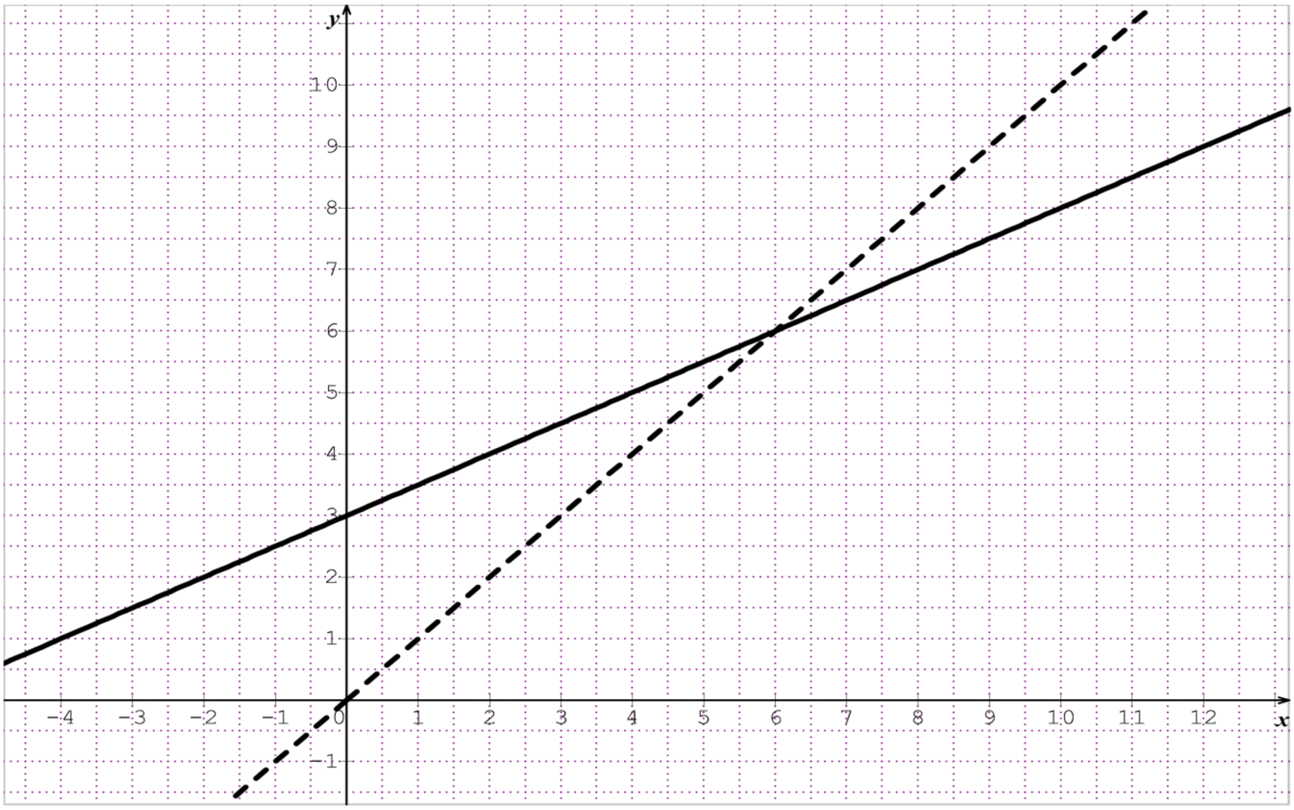
باستعمال مشتق دالة مركبة ، استنتج اتجاه تغير الدالة h وشكل جدول تغيراتها

9) لتكن الدالة k المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $k(x) = (ax + b)e^{-x}$.

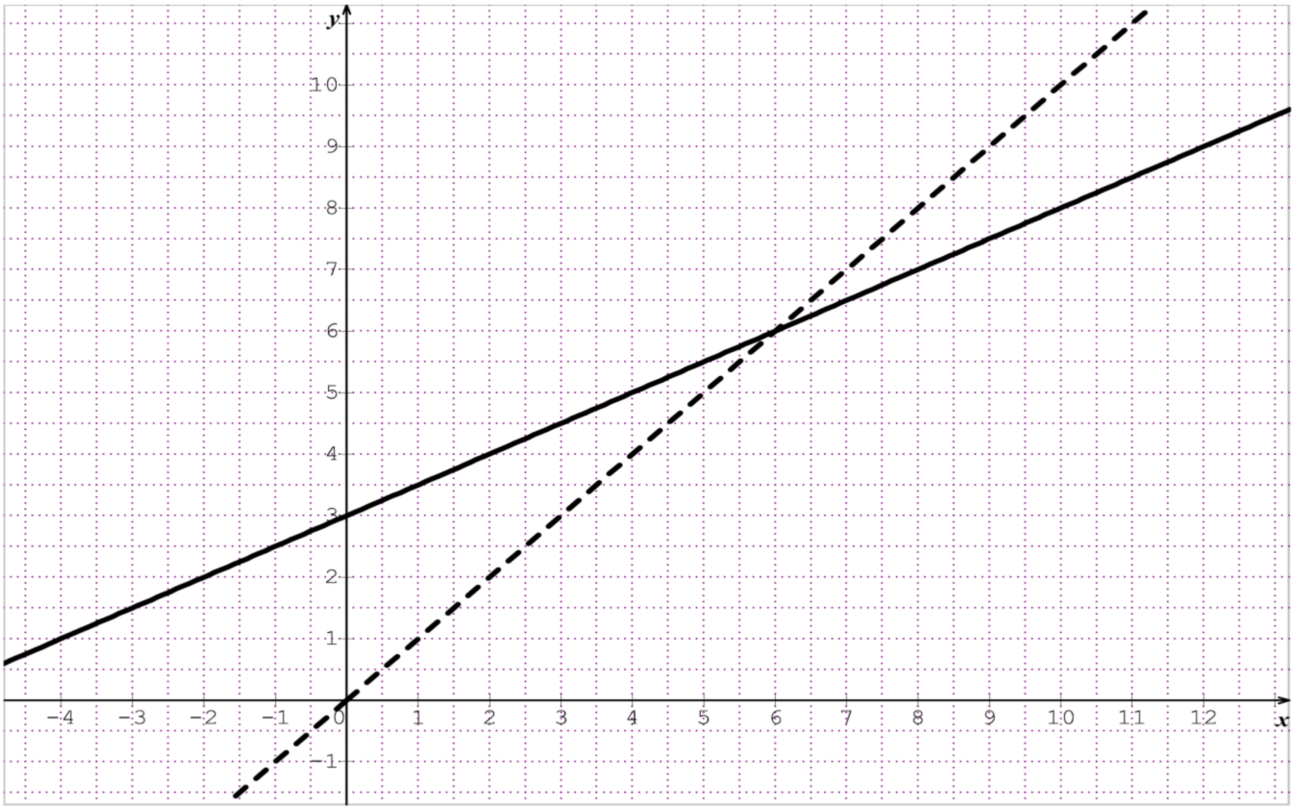
أ- عين العددين الحقيقيين a و b بحيث تكون الدلة k أصلية للدالة $x \mapsto -xe^{-x}$

ب – استنتج دالة اصلية للدالة f على $\mathbb{R}$

أستاذة المادة يتمنون لكم التوفيق



اللقب:......................
الاسم:........................
القسم:.................



اللقب:......................
الاسم:........................
القسم:.................