الموضوع الثاني

التمرين الأول : (03 نقاط)

n عدد طبيعي نضع : $A = n^4 + n^2 + 1$

1. حلل A إلى جداء عاملين من الدرجة الثانية (لاحظ أن : $A = n^4 + 2n^2 + 1 - n^2$)
2. نضع : $a = n^2 + n + 1$ و $b = n^2 - n + 1$

أ . بين أن العددين a و b فرديين

ب . بين أن كل قاسم مشترك للعددين a و b يقسم $2n$ و $2(n^2 + 1)$

جـ. استنتج أن العددين a و b أوليان فيما بينهما

التمرين الثاني : (05 نقاط)

المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$ نأخذ كوحدة للأطوال $5cm$.

ليكن f التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث

$$z' = \frac{1}{2}(1+i)z + 1$$

1. برر أن f تشابه مباشر يطلب تعيين مركزه Ω ذو اللاحقة ω. نسبته k و زاويته θ.
2. نسمي A_0 النقطة O و من أجل كل عدد طبيعي n . نضع $A_{n+1} = f(A_n)$

أ .عين لاحقات النقط A_1 و A_2 و A_3 ثم علم النقط A_0 و A_1 و A_2 و A_3

ب. من أجل كل عدد طبيعي n , نضع $u_n = \Omega A_n$

بين أن المتتالية (u_n) هندسية ثم بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $u_n = \sqrt{2}(\frac{1}{\sqrt{2}})^n$

جـ . ابتداءا من أي رتبة n_0 تنتمي كل النقط A_n إلى القرص الذي مركزه Ω و نصف قطره 0.1 ؟

3. أ) ماهي نوعية المثلث $A_0 A_1 \Omega$؟ استنتج من أجل كل عدد طبيعي n , نوعية المثلث $A_n A_{n+1} \Omega$؟

ب) من أجل كل عدد طبيعي n, نرمز بالرمز L_n إلى طول الخط المنكسر

عبر عن L_n بدلالة n ثم أحسب $\lim_{n\to+\infty} L_n$

التمرين الثالث : - (05 نقاط)

في الفضاء مزود بمعلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نعتبر النقطتين $A(8;0;8)$ $B(10;3;10)$

و المستقيم (D) المعرف بالتمثيل الوسيطي التالي : $\begin{cases} x=-5+3t \\ y=1+2t \\ z=-2t \end{cases}$

1. عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) المعرف بالنقطتين A و B.
2. بين أن (D) و (Δ) غير متقاطعين .
3. ليكن (P) المستوي الموازي للمستقيم (D) و الذي يحوي المستقيم (Δ).

أ . برهن أن $\vec{n}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}$ شعاع ناظم للمستوي (P).

ب. عين المعادلة الديكارتية للمستوي (P).

ج. بين أن المسافة بين نقطة كيفية M من (D) و المستوي (P) مستقلة عن اختيار النقطة M

4. عيين تمثيلا وسيطيا للمستقيم المعرف بتقاطع المستويين (P) و $(x\,oy)$.

التمرين الرابع :(07 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على R بـ : $f(x)=e^x-ex-1$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس للمستوي . $(o;\vec{i};\vec{j})$

1.أ. أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

ب. احسب $f'(x)$ ثم ادرس إشارتها .

جـ .شكل جدول تغيرات f

2.أ . بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-ex-1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $(-\infty)$.

ب.اكتب معادلة للمستقيم (T) مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.

جـ . بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل في المجال $[1,75,1,76]$ حلا وحيدا α .

د . ارسم المستقيمين (Δ) و (T) ثم المنحنى (C_f) على المجال $]-\infty,2]$.

1. أ. أحسب بدلالة α المساحة $A(\alpha)$ للحيز المحدد بالمنحنى (C_f) و حامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتيهما $x=0$ و $x=\alpha$

ب. أثبت أن : $A(\alpha)=\left(\frac{1}{2}e\alpha^2-e\alpha+\alpha\right)ua$ (ua هي وحدة المساحات)