

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

(1) حل في C المعادلة : $(z^2 + 16)(z^2 - 4z + 8) = 0$

(2) نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o; \vec{u}; \vec{v})$ النقاط $A; B; C$ التي لواحقها على

الترتيب : $z_C = 4i; z_B = 1 + 5i; z_A = 2 + 2i$

أ) اكتب العدد $\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$ على الشكل الأسّي. استنتج طبيعة المثلث ABC .

ب) عين z_D لاحقة النقطة D بحيث يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع.

(3) اكتب العبارة المركبة للتشابه المباشر S الذي مركزه C و يحول النقطة A إلى النقطة B مبينا عناصره المميزة.

(4) T التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث : $z' = -iz - 4 + 4i$

أ) عين طبيعة التحويل T و عناصره المميزة.

ب) النقطة G هي مركز ثقل الرباعي $ABCD$. عين z_H لاحقة النقطة H صورة G بالتحويل T .

ت) عين و أنشئ مجموعة النقاط M من المستوي حيث : $\|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD}\| = 8$

التمرين الثاني : (05 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, نعتبر النقاط :

$\vec{u}(1; 5; -1)$ و الشعاع $D(-2; 8; 4); C(5; 4; -3); B(3; 2; -4); A(1; 4; -5)$

(1) بين أن $x - 2z - 11 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

(2) حدد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (T) الذي يشمل النقطة D و يوازي \vec{u} .

(3) ليكن (p) المستوي ذو المعادلة : $x - y - z - 7 = 0$.

أ- بين أن المستويين (ABC) و (p) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) تمثيله الوسيطي

$$\begin{cases} x = 11 + 2t \\ y = 4 + t \\ z = t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

ب- بين أن المستقيمين (T) و (Δ) ليسا من نفس المستوي.

(4) تعطى النقطتان $E(3; 0; -4)$ و $F(-3; 3; 5)$, تحقق أن $E \in (\Delta)$ و $F \in (T)$.

(5) لتكن (γ) مجموعة النقاط $M(x; y; z)$ من الفضاء حيث : $\vec{ME} \cdot \vec{FE} = \alpha$ مع α عدد حقيقي.

أ- جد بدلالة α معادلة ديكارتية للمجموعة (γ) و استنتج أن مستو \vec{EF} شعاع ناظمي له.

ب- عين قيمة α حتى تكون المجموعة (γ) هي المستوي المحوري للقطعة $[EF]$.

التمرين الثالث : (04 نقاط)

اذكر إن كانت الجملة الآتية صحيحة أو خاطئة مع التبرير :

(1) العدد $63x4$ مكتوب في نظام التعداد الذي أساسه 7 يقبل القسمة على 6 إذا كان $x=5$

(2) n عدد طبيعي , لدينا $n^2 - 3n + 12 \equiv 0 [n - 2]$ إذا و فقط إذا كان $n \in \{3; 4; 7; 12\}$

(3) (u_n) متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي بـ: $u_n = 2 \times 3^n + 3 \times 4^n$, المجموع S_n حيث :
 $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ يقبل القسمة على 5 إذا كان n يقبل القسمة على 4 .

(4) حلول المعادلة $x^2 + x - 2 \equiv 1 [5]$ هي الأعداد الصحيحة من الشكل $x=4k$ حيث $k \in Z$.

التمرين الرابع: (06 نقاط)

نعتبر الدالة المعرفة على المجال R^* بـ $g(x) = -x^2 + 3x + \ln(x^2)$

نرمز بـ (c) إلى المنحني الممثل للدالة g في معلم متعامد و متجانس $(O; I, J)$

(1) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

(2) هل المنحني (c) يقبل نقاط انعطاف ؟ علل

(3) اكتب معادلة للمماسين (Δ) و (Δ') عند النقطتين ذات الفاصلتين -1 و 1 على الترتيب .

(4) عين إحداثيات نقاط المنحني التي يكون معامل توجيه المماس عندها يساوي 6 .

(5) أنشئ المنحني (c) و المماسين (Δ) و (Δ') .

(6) ناقش بيانيا, حسب قيم الوسيط m , عدد و حلول المعادلة التالية :

$$-x^2 + 3x + m - 2\ln|x| = 0$$

(7) عين الدالة المشتقة للدالة f المعرفة بالعلاقة : $f(x) = -x + x\ln|x|$

-استنتج دالة أصلية للدالة $x \rightarrow \ln|x|$

- احسب مساحة الحيز المحدد بالمنحني , محور الفواصل , و المستقيمان اللذان معادلاتهما $x = -1$; $x = \frac{-1}{2}$