الموضوع الثاني

التمرين الأول : (5.5 نقاط)

لتكن الدالة f المعرفة على المجال R كما يلي : $f(x)=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$

وليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس

والمتتاليتين العدديتين (u_n) و (v_n) كما يلي :

$$\begin{cases} u_0=-\frac{1}{2} \\ u_{n+1}=f(u_n) \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} v_0=\frac{9}{2} \\ v_{n+1}=f(v_n) \end{cases}$$

1) أ- انشئ (C) والمستقيم الذي معادلته : $y=x$

ب- انشئ الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و v_0 ، v_1 ، v_2 على محور الفواصل دون حسابها مبرزا خطوط الرسم

2) أ- ضع تخمينا حول اتجاه تغير كلا من المتتاليتين (u_n) و (v_n)

ب- برهن بالترجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n<3<v_n$

3) أ- بيّن انه من اجل كل عدد طبيعي n يكون : $u_n=\frac{-7}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^n+3$ و $v_n=\frac{3}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^n+3$

ب- ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) و المتتالية (v_n)

ج- احسب $\lim u_n$ و $\lim v_n$

4) هل ان (u_n) و (v_n) متجاورتان ؟ علّل جوابك

التمرين الثاني : (4 نقاط)

المستوي المركب منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة كثير الحدود : $p(z)=z^3-3z^2+4z-2$

1) أ- احسب $p(1)$ ماذا تستنتج ؟

ب- عيّن العددين الحقيقين a ; b بحيث : $p(z)=(z-1)\left(z^2+az+b\right)$

ج- حل المعادلة $p(z)=0$

2) تعطى النقط $A;B;I$ التي لواحقها على الترتيب: $Z_A=2$ ، $Z_B=1-i$ ، $Z_I=i$

نضع من اجل كل عدد مركب z حيث $z\neq 2$: $z'=\frac{iz-i-1}{z-2}$

حيث M هي صورة z و ان M' هي صورة z'

أ- تحقق من ان : $z'=\frac{i(z-1+i)}{z-2}$

ب-عيّن مجموعة النقط M من المستوي حيث : $|z-z_B|=|z-z_A|$

ج- بيّن انه إذا كانت M تنتمي الى محور القطعة $[AB]$ فإن M' تنتمي الى دائرة (C) يطلب تحديد عناصرها المميزة

د-تحقق من ان : $z'-i=\frac{-1+i}{z-2}$ واستنتج ان : $IM'\times AM=\sqrt{2}$

التمرين الثالث : (4.5 نقاط)

$(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ معلم متعامد ومتجانس للفضاء ، وحدة الطول هي $1cm$

نعتبر النقط $A(1;-1;3)$ و $B(0;3;1)$ و $C(2;1;3)$ و $D(6;-7;-1)$ و $E(4;-6;2)$

1) أ- اثبت ان النقطة E هي مرجح الجملة $\{(A;2);(B;-1);(D;1)\}$

ب- استنتج (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق: $\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}\right\|=2\sqrt{30}$

2) أ- بيّن ان النقط $A;B;C$ تعيّن مستويا

ب- اثبت ان المستقيم (ED) عموديا على المستوي (ABC)

ج- استنتج معادلة للمستوي (ABC)

3) أ- اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (ED)

ب- عيّن احداثيات F نقطة تقاطع المستقيم (ED) والمستوي (ABC)

4) بيّن المستوي (ABC) والمجموعة (Γ) ((المعينة في السؤال **1**/ب)) متقاطعان . عيّن العناصر المميزة لهذا التقاطع

التمرين الرابع : (6نقاط)

$(o,\vec{i},\vec{j})$ معلم متعامد ومتجانس للمستوي ، f الدالة معرفة على R كما يلي:

$f(x)=(ax^2+bx+c)e^x$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني

I. عيّن الأعداد الحقيقية a ، b ، c علما ان (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة فاصلتها 1

وان (C_f) يشمل النقطة $A(2;-e^2)$ ويقبل في النقطة A مماسا موازيا لمحور الفواصل

II. نعتبر فيما يلي ان : $f(x)=(2x^2-7x+5)e^x$ المعرفة على R

1) أ – اثبت ان $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ ماذا تستنتج ؟

ب- احسب $f'(x)$ ثمّ ادرس اتجاه تغيرات f و شكّل جدول تغيراتها

ج- اكتب معادلة المماس (d) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

2) انشئ (C_f) والمماس (d)

3) بيّن انه من اجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=4e^x+2f'(x)-f''(x)$

استنتج دالة اصلية للدالة f على R

4) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات : $x=0$ و $x=1$ و $y=0$

5) ناقش بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x)=m$