

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين
الموضوع الأول

التمرين الأول : (4.5 نقاط)

لتكن الدالة f المعرفة على المجال $[1;3]$ حيث $f(x) = \frac{-3}{x-4}$

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة f واثبت انه اذا كان $x \in [1;3]$ فإن $f(x) \in [1;3]$

(2) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$ من اجل كل عدد طبيعي n

أ- برهن بالتراجع ان : $1 < u_n < 3$ من اجل كل عدد طبيعي n

ب- اثبت ان المتتالية (u_n) متناقصة تماما على N

ج- استنتج ان (u_n) متقاربة واحسب نهايتها

(3) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على N كما يلي : $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n - 3}$

أ- اثبت ان المتتالية (v_n) هندسية يطلب تحديد اساسها وحدها الأول

ب- اكتب v_n بدلالة n وأحسب المجموع : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

ج- احسب العدد الطبيعي n الذي يحقق : $3 + 2S_n = \frac{1}{27}$

التمرين الثاني : (5 نقاط)

الفضاء منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ نعتبر النقط $A(5; -1; 7)$ ، $B(-2; -6; 5)$ ، $C(-4; 0; -3)$

(1) أ- بين ان النقط $C; B; A$ ليست في استقامية

ب- بين ان الشعاع $\vec{h}(-1; 1; 1)$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC)

ج- اكتب معادلة ديكرتية للمستوي (ABC)

(2) احسب الاطوال BA ، BC ، AC واستنتج مساحة المثلث ABC

(3) أ- اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة O ويعامد المستوي (ABC)

ب- عين احداثيات النقطة O' المسقط العمودي للنقطة O على المستوي (ABC)

(4) نرمز بـ H الى المسقط العمودي للنقطة O على المستقيم (BC) و t عدد حقيقي يحقق : $\vec{BH} = t \vec{BC}$

أ- برهن ان : $\vec{BO} \cdot \vec{BC} = t \|\vec{BC}\|^2$

ب- استنتج العدد الحقيقي t واحداثيات النقطة H

(5) احسب حجم رباعي الوجوه $(OABC)$

التمرين الثالث : (4.5 نقاط)

المستوي المركب منسوب الى معلم متعامد ومتجانس (o, u, v)

I. حل في مجموعة الأعداد المركبة C المعادلة : $z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0$

II. لتكن النقط $A; B; C; D$ التي لواحقها على الترتيب

$$Z_D = \sqrt{3} + 5i, \quad Z_C = 2i, \quad Z_B = \overline{Z_A}, \quad Z_A = \sqrt{3} + i$$

1- اكتب كلا من Z_C و Z_A على الشكل الأسّي

2- بيّن ان النقط A, B, C تنتمي الى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها

3- أحسب العدد $\frac{Z_B - Z_A}{Z_C - Z_A}$ واكتبه على الشكل الأسّي

استنتج ان النقطة B هي صورة النقطة C بدوران R يطلب تحديد مركزه وزاويته

4- اكتب العبارة المركبة للتحاكي الذي مركزه A ويحول B الى D

5- عيّن (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z بحيث يكون العدد $\frac{z - \sqrt{3} - i}{z - \sqrt{3} + i}$ حقيقيا سالبا

التمرين الرابع : (6 نقاط)

المستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o; i; j)$

I. نعتبر الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = 2x - 1 - \ln x$

1- احسب $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ وبيّن ان $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$

2- ادرس اتجاه تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

3- استنتج انه من اجل كل x من $]0; +\infty[$: $g(x) > 0$

4- بيّن ان المعادلة $g(x) = 1$ تقبل حلين احدهما $x = 1$ والآخر α يحقق $0.2 < \alpha < 0.3$

II. لتكن الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = x^2 - 1 - x \ln x$

1) احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2) أ- بيّن انه من اجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = g(x)$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم انشئ جدول تغيراتها

3) بيّن ان المنحنى (C_f) للدالة f يقبل نقطة انعطاف يطلب تحديد احداثياتها

4) بيّن ان $f(\alpha) = -\alpha^2 + 2\alpha - 1$ واستنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

5) أ- اكتب معادلة للمماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1

ب- بيّن انه يوجد مماس وحيد للمنحنى (C_f) موازيا للمماس (Δ)

6) انشئ المماس (Δ) والمنحنى (C_f) في المجال $]0; 3[$

7) لتكن الدالة h المعرفة على $]-\infty; 0[$ كما يلي : $h(x) + f(-x) = -2$

بيّن ان المنحنى (C_f) للدالة f والمنحنى (C_h) للدالة h متناظران بالنسبة الى نقطة يطلب تحديد احداثياتها