

بكالوريا تجريبية في مادة الرياضيات

المدة: 4 ساعات

الشعبة: تق همد + كهر + ميك

الموضوع الاول

التمرين الأول (5 نقاط)

1/ حل في مجموعة الأعداد المركبة C المعادلة $z^2 - 2z + 2 = 0$.

2/ لتكن النقط K, L, M التي لواحقها على الترتيب: $z_K = 1 + i, z_L = 1 - i, z_M = -i\sqrt{3}$ علم هذه النقاط في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، (الوحدة هي $4cm$).

3/ أ) تحقق أن z_N لاحقة النقطة N نظيرة النقطة M بالنسبة للنقطة L هي: $2 + i(\sqrt{3} - 2)$

ب) نعتبر الدوران r الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$ حيث: $r(M) = A$ و $r(N) = B$

عين اللاحقتين z_A و z_B للنقطتين A و B على الترتيب.

ج) نعتبر الانسحاب t ، لاحقة شعاعه $2i$ حيث: $t(M) = D$ و $t(N) = B$ عين اللاحقتين z_D و z_B للنقطتين D و B على الترتيب.

4/ أ) بين أن النقطة K منتصف القطعة المستقيمة $[DB]$ هي منتصف القطعة المستقيمة $[AC]$.

ب) بين أن: $\frac{z_A - z_C}{z_B - z_K} = i$ ، ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$.

التمرين الثاني (5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

نعتبر النقاط $A(1;1;0)$ و $B(1;2;1)$ و $C(3;-1;2)$

1/ أ) أثبت أن النقاط A, B, C تشكل مستويا.

ب) بين أن المستوي (ABC) معادلته الديكارتيّة هي: $2x + y - z - 3 = 0$.

2/ نعتبر المستويين (P) و (Q) معادلتيهما على الترتيب $x + 2y - z - 4 = 0$ و $2x + 3y - 2z - 5 = 0$.

أثبت أن المستويين (P) و (Q) يتقطعان وفق مستقيم (D) يطلب كتابة تمثيلا وسيطيا له.

3/ عين تقاطع المستويات الثلاثة $(ABC), (P)$ و (Q) .

4/ أوجد المسافة بين النقطة A والمستقيم (D) .

التمرين الثالث (5 نقاط)

لتكن f الدالة المعرفة على المجال $]1; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{x}{\ln x}$

1- أ) أحسب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة.

2- لتكن (u_n) المتتالية المعرفة بـ : $u_0 = 5$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ من أجل كل عدد طبيعي n .

أ) أرسم المنحنى (C) الممثل للدالة f والمستقيم (D) الذي معادلته $y = x$ ، ثم أنشئ النقطتين M_1 و M_2 من المستقيم (D) اللتين فاصلتيهما u_1 و u_2 على الترتيب .

ب) اعط تخمينا حول سلوك المتتالية (u_n) .

ج) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $u_n \geq e$.

د) بين أن المتتالية (u_n) تتقارب نحو عدد حقيقي l من المجال $[e; +\infty[$

II- نذكر أن الدالة معرفة على المجال $]1; +\infty[$.

1) بدراسة نهاية المتتالية (u_n) ، اثبت أن $f(l) = l$.

2) استنتج قيمة l

التمرين الرابع (5 نقاط)

I/ علما أن : $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ ، أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم فإن : $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0$

II/ لتكن f الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = x - \frac{\ln x}{x^2}$ وليكن (C) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم

المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}, \vec{j})$ ، (وحدة الطول هي $2cm$)

1/ لتكن h الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $h(x) = x^3 - 1 + 2\ln x$

أ) أدرس اتجاه تغير الدالة h على المجال $]0; +\infty[$.

ب) أحسب $h(1)$ ثم استنتج إشارة $h(x)$ من أجل كل x من المجال $]0; +\infty[$.

2/ أ) أحسب نهاية الدالة f عندما x يؤول إلى 0 وعندما x يؤول إلى $+\infty$.

ب) عين f' الدالة المشتقة للدالة f و انشئ جدول تغيراتها.

3/ أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C) .

ب) أدرس وضعية المنحنى (C) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

ج) أرسم كل من المنحنى (C) والمستقيم (Δ) في المعلم السابق.