

بكالوريا تجريبية في مادة الرياضيات

المدة: 4 ساعات

الشعبة: تق همد + كهر + ميك

الموضوع الاول

التمرين الأول (5 نقاط)

1/ حل في مجموعة الأعداد المركبة  $C$  المعادلة  $z^2 - 2z + 2 = 0$ .

2/ لتكن النقط  $K$ ،  $L$ ،  $M$  التي لواحقها على الترتيب:  $z_K = 1 + i$ ،  $z_L = 1 - i$ ،  $z_M = -i\sqrt{3}$  علم هذه النقاط في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، (الوحدة هي  $4cm$ ).

3/ أ) تحقق أن  $z_N$  لاحقة النقطة  $N$  نظيرة النقطة  $M$  بالنسبة للنقطة  $L$  هي:  $2 + i(\sqrt{3} - 2)$

ب) نعتبر الدوران  $r$  الذي مركزه  $O$  وزاويته  $\frac{\pi}{2}$  حيث:  $r(M) = A$  و  $r(N) = B$

عين اللاحقتين  $z_A$  و  $z_B$  للنقطتين  $A$  و  $B$  على الترتيب.

ج) نعتبر الانسحاب  $t$ ، لاحقة شعاعه  $2i$  حيث:  $t(M) = D$  و  $t(N) = B$  عين اللاحقتين  $z_D$  و  $z_B$  للنقطتين  $D$  و  $B$  على الترتيب.

4/ أ) بين أن النقطة  $K$  منتصف القطعة المستقيمة  $[DB]$  هي منتصف القطعة المستقيمة  $[AC]$ .

ب) بين أن:  $\frac{z_A - z_C}{z_B - z_K} = i$ ، ثم استنتج طبيعة الرباعي  $ABCD$ .

التمرين الثاني (5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

نعتبر النقاط  $A(1;1;0)$  و  $B(1;2;1)$  و  $C(3;-1;2)$

1/ أ) أثبت أن النقاط  $A$ ،  $B$  و  $C$  تشكل مستويا.

ب) بين أن المستوي  $(ABC)$  معادلته الديكارتيية هي:  $2x + y - z - 3 = 0$ .

2/ نعتبر المستويين  $(P)$  و  $(Q)$  معادلتيهما على الترتيب  $x + 2y - z - 4 = 0$  و  $2x + 3y - 2z - 5 = 0$ .

أثبت أن المستويين  $(P)$  و  $(Q)$  يتقطعان وفق مستقيم  $(D)$  يطلب كتابة تمثيلا وسيطيا له.

3/ عين تقاطع المستويات الثلاثة  $(ABC)$ ،  $(P)$  و  $(Q)$ .

4/ أوجد المسافة بين النقطة  $A$  والمستقيم  $(D)$ .

### التمرين الثالث (5 نقاط)

لتكن  $f$  الدالة المعرفة على المجال  $]1; +\infty[$  كما يلي :  $f(x) = \frac{x}{\ln x}$

1- أ) أحسب :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة.

2- لتكن  $(u_n)$  المتتالية المعرفة بـ :  $u_0 = 5$  و  $u_{n+1} = f(u_n)$  من أجل كل عدد طبيعي  $n$ .

أ) أرسم المنحنى  $(C)$  الممثل للدالة  $f$  والمستقيم  $(D)$  الذي معادلته  $y = x$  ، ثم أنشئ النقطتين  $M_1$  و  $M_2$  من المستقيم  $(D)$  اللتين فاصلتيهما  $u_1$  و  $u_2$  على الترتيب .

ب) اعط تخميناً حول سلوك المتتالية  $(u_n)$  .

ج) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  فإن :  $u_n \geq e$  .

د) بين أن المتتالية  $(u_n)$  تتقارب نحو عدد حقيقي  $l$  من المجال  $[e; +\infty[$

II - نذكر أن الدالة معرفة على المجال  $]1; +\infty[$  .

1) بدراسة نهاية المتتالية  $(u_n)$  ، اثبت أن  $f(l) = l$  .

2) استنتج قيمة  $l$

### التمرين الرابع (5 نقاط)

I / علماً أن :  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x} = 0$  ، أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  غير معدوم فإن :  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0$

II / لتكن  $f$  الدالة المعرفة على  $]0; +\infty[$  بـ :  $f(x) = x - \frac{\ln x}{x^2}$  وليكن  $(C)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم

المتعامد والمتجانس  $(o; \vec{i}, \vec{j})$  ، (وحدة الطول هي  $2cm$ )

1/ لتكن  $h$  الدالة المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ :  $h(x) = x^3 - 1 + 2\ln x$

أ) أدرس اتجاه تغير الدالة  $h$  على المجال  $]0; +\infty[$  .

ب) أحسب  $h(1)$  ثم استنتج إشارة  $h(x)$  من أجل كل  $x$  من المجال  $]0; +\infty[$  .

2/ أ) أحسب نهاية الدالة  $f$  عندما  $x$  يؤول إلى  $0$  وعندما  $x$  يؤول إلى  $+\infty$  .

ب) عين  $f'$  الدالة المشتقة للدالة  $f$  و انشئ جدول تغيراتها.

3/ أ) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة  $y = x$  مستقيم مقارب مائل للمنحنى  $(C)$  .

ب) أدرس وضعية المنحنى  $(C)$  بالنسبة للمستقيم  $(\Delta)$  .

ج) أرسم كل من المنحنى  $(C)$  والمستقيم  $(\Delta)$  في المعلم السابق.