امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

(دورة ماي 2012)

الشعبة : الرياضيات + تقني رياضي (الموضوع الثاني) **ونصف** **المدة :04 ساعات**

اختبار في مادة الرياضيات

التمرين الأول (05 نقط):

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

نعتبر النقط A , B و C لواحقها على الترتيب $a=1+i$, $b=a\times 2e^{i\frac{\pi}{3}}$ و $c=-\sqrt{3}+i\sqrt{3}$ على الترتيب

1) أ- عين الطويلة وعمدة لكل من الأعداد a ; b و c

ب – تحقق أن : $b=\left(1-\sqrt{3}\right)+i\left(1+\sqrt{3}\right)$

ج – إستنتج أن : $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)=\frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$

د – مثل النقط A , B و C في المعلم $(O;\vec{u};\vec{v})$

2) أ- ما طبيعة المثلث OAB

ب-عين مركز و نصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث OAB ثم أرسم هذه الدائرة

ج - عين طبيعة الرباعي $OABC$ ثم بين أن C تنتمي إلى الدائرة المحيطة بالمثلث OAB

التمرين الثاني (05 نقط) :

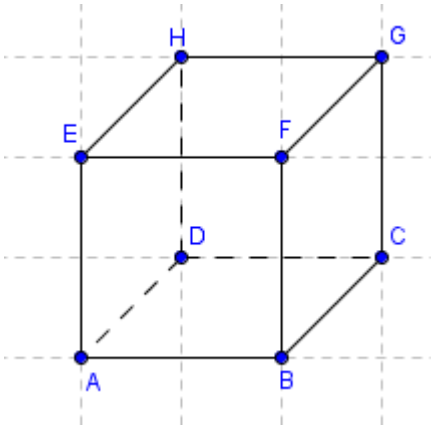
نعتبر المكعب $ABCDEFGH$ طول ضلعه 1

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(D,\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DH}\right)$ ، نسمي النقطة K مرجح الجملة $\{(D,1),(F,2)\}$

ا- -1- بين ان إحداثيات K هي $\left(\frac{2}{3},\frac{2}{3},\frac{2}{3}\right)$

2 – بين ان المستقيمين (EK) و (DF) متعامدان

3 – أحسب المسافة EK



II- لتكن M نقطة من القطعة $[HG]$، نضع $m = HM$ (m عدد حقيقي من المجال $[0,1]$)

1 – أكتب معادلة المستوي (EFD) ثم أحسب المسافة بين النقطة M و المستوي (EFD)

2 – بين انه من أجل كل عدد حقيقي m من $[0,1]$حجم رباعي الوجوه $EMFD$ هو $\frac{1}{6}$ وحدة الحجم

3 – بين ان المعادلة $(m-1)x + y - m\,z = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (MFD)

4- نرمز بـ d_m للمسافة بين النقطة E و المستوي (MFD)

أ- بين انه من أجل كل عدد حقيقي m من $[0,1]$: $d_m = \frac{1}{\sqrt{2m^2 - 2m + 2}}$

ب- حدد وضعية النقطة M على القطعة $[HG]$ التي من أجلها تكون المسافة d_m أعظمية .

جـ - إستنتج أنه عندما تكون المسافة d_m أعظمية فإن النقطة K هي المسقط العمودي للنقطة E على المستوي (MFD)

التمرين الثالث : ﴿4 نقاط﴾

1) أدرس حسب قيم n بواقي قسمة 3^n على 5

2) U_0 و r عددان طبيعيان غير معدومين

(U_n) متتالية حسابية حدها الأول U_0و أساسها r

أ- عين U_0 و r علما أن : $U_0^2 = U_{10} - U_1$

ب - نفرض أن $U_0 = 3$ و $r = 1$

نضع : $S_n = U_0 + U_1 + ... + U_n$

- ✓ أحسب S_n بدلالة n
- ✓ تحقق أن : $3^{2011} \equiv 2[5]$
- ✓ عين قيم العدد الطبيعي n بحيث : $2S_n + 2 \equiv 3^{2011}[5]$

التمرين الرابع (06 نقط) :

I) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $f(x)=3-\frac{9}{4x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1 – أدرس تغيرات الدالة f

2 – أرسم (C_f) بدقة

3 – نضع : $I=\left[\frac{3}{2},3\right]$

أ – بين أنه من اجل كل x من I فإنه : $f(x)\in I$

ب – بين أنه من اجل كل x من I فإنه : $f(x)\prec x$

II) لتكن (U_n) المتتالية المعرفة بما يلي : $U_0=3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}=3-\frac{9}{4U_n}$

1) أرسم المستقيم ذي المعادلة $y=x$ في نفس المعلم السابق ثم مثل على محور الفواصل الحدود الثلاثة الأولى للمتتالية (U_n)

2) بين بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $\frac{3}{2}\prec U_n\leq 3$

3) بين أن المتتالية (U_n) متناقصة ، إستنتج أنها متقاربة

4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n: $V_n=\frac{2}{2U_n-3}$

أ – بين ان المتتالية (V_n) حسابية محددا أساسها و حدها الأول

ب – أحسب U_n ثم V_n بدلالة n

ج – أحسب : $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n$