وزارة التربية الوطنية المادة: رياضيات الشعبة: رياضيات	السنة الدراسية :2011/2010 المدة:4 ساعات ونصف ثانوية: الصومعة

الموضوع التجريبي الثاني

التمرين الأول: (3.5 نقطة)

ليكن $\propto$ عددا حقيقيا حيث $\propto\in\ ]0\,,1[$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي n نعرف المتتالية (u_n) كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \propto + 1 - \frac{\propto}{u_n} \end{cases}$

1. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $u_n \geq 1$
2. بين أن (u_n) متتالية متناقصة .
3. استنتج أن (u_n) متتالية متقاربة ، ثم عين نهايتها l .
4. من أجل كل عدد طبيعي n نعرف المتتالية (v_n) كما يلي : $u_n = \frac{\propto v_n - 1}{v_n - 1}$

عين من بين الإجابات التالية الإجابة الصحيحة مع التبرير :

1. من أجل كل عدد طبيعي n لدينا :

(أ) $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + \propto}$ **(ب)** $v_n = \frac{u_n - \propto}{u_n + 1}$ **(ج)** $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n - \propto}$

2. المتتالية (v_n) هندسية أساسها هو :

(أ) $\propto^2$ **(ب)** $\propto$ **(ج)** $\frac{1}{\propto}$

3. عبارة الحد العام للمتتالية (v_n) هو :

(أ) $v_n = \frac{\propto^n}{2+\propto}$ **(ب)** $v_n = \frac{\propto^n}{2-\propto}$ **(ج)** $v_n = \frac{\propto^{2n}}{2-\propto}$

التمرين الثاني: (5.5 نقطة) المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1. لتكن g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = (a - 2x)e^x + b$ ، a و b أعداد حقيقية ،(C_g) تمثيلها البياني

1. عين العددان a و b حتى تكون g حلا للمعادلة التفاضلية : $y' - y = -2e^x - 2$

و المنحني (C_g) يقبل مماس عند النقطة ذات الفاصلة 0 معامل توجيهه 1.

2. نأخذ الآن $a = 3$ و $b = 2$.

أ. أدرس تغيرات الدالة g

ب. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\propto$ حيث : $\propto\in\ ]1.68\,,1.69[$

يعطي: $g(1.69) \approx -0.059$ ، $g(1.68) \approx 0.068$

ت. استنتج إشارة $g(x)$

ث. باستعمال المكاملة بالتجزئة أحسب مساحة الحيز المحدد بـ (C_g) ومحور الفواصل والمستقيمين ذوي المعادلتين $x = \propto$ و $x = 2$.

2. f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = 1 + \frac{4x-2}{e^x+1}$ ، (C_f) تمثيلها البياني .

1. أحسب $f'(x)$ ثم بين أن : $f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^x+1)^2}$
2. استنتج إشارة$f'(x)$ على $\mathbb{R}$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
3. بين أنه يمكن كتابة $f(x)$ بالشكل : $f(x) = 4x - 1 + \frac{(2-4x)e^x}{e^x+1}$

واستنتج أن (C_f) يقبل مقارب مائل (Δ) عند $-\infty$ يطلب تعيين معادلته .

4. أدرس وضعية (C_f) و (Δ)
5. بين أن : $f(\propto) = 4 \propto -5$ ، عين حصرا لـ $f(\propto)$.
6. ارسم المنحني (C_f) في المستوي السابق

التمرين الثالث: (3.5 نقاط)

نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^3 + 2z^2 - 16 = 0 \cdots (E)$

1. تحقق أن 2 حل للمعادلة ثم أكتب (E) على الشكل $(z-2)(z^2 + az + b =)0$ حيث a و b عددان حقيقيان يطلب تعيينها
2. استنتج حلول المعادلة (E) على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي
3. المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس$(O, \vec{i}, \vec{j})$

نضع C, B, A لواحقها على الترتيب $Z_C = -2 + 2i \,, Z_B = 2 \,, Z_A = -2 - 2i$

- عين لاحقة النقطة D حتى يكون الرباعي $ABDC$ متوازي أضلاع .
- عينZ_E لاحقة النقطة E صورة D بالدوران الذي مركزه B وزاويته $-\frac{\pi}{2}$.
- عينZ_F لاحقة النقطة F صورة D بالدوران الذي مركزه C وزاويته $\frac{\pi}{2}$.
- تحقق أن: $\frac{Z_F - Z_A}{Z_E - Z_A} = i$ ثم استنتج طبيعة المثلثAEF .

التمرين الرابع: (3.5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم م م $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، ونعتبر ا لنقط $C(3;2;4), B(-3;-1;7), A(2;1;3)$

1. بين أن النقط A ، B ، C ليست على استقامية
2. ليكن (Δ) مستقيم ذو التمثيل الوسيطي $\begin{cases} x = -7 + 2t \\ y = -3t \\ z = 4 + t \end{cases}$ مع $t \epsilon \mathbb{R}$
- بين أن (Δ) عمودي على (ABC) .
- أوجد معادلة المستوي (ABC).
3. لتكن D نقطة تقاطع (Δ) و (ABC).
- بين أن D مرجح الجملة $\{(,-2);(B,-1);(C,2)\}$.
- عين طبيعة والعناصر المميزة لكل من S_1 و S_2 لمجموعة النقط M من المستوي التي تحقق على الترتيب :

1. $\left\| -2\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{BM} + 2\overrightarrow{CM} \right\| = \sqrt{29}$
2. $\left(-2\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{BM} + 2\overrightarrow{CM}\right)\left(\overrightarrow{BM} - \overrightarrow{CM}\right) = 0$

التمرين الخامس: ﴿4 نقاط﴾

1) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة : $3x - 2y = 1 \cdots (E)$
2) ليكنn عددا صحيحا طبيعيا غير معدوم
- بين أن الثنائية $(14n + 3, 21n + 4)$ حل للمعادلة(E) .
- استنتج أن العددين$21n + 4$ و$14n + 3$ أوليان فيما بينهما.
3) ليكن d هو القاسم المشترك الأكبر للعددين$21n + 4$ و$2n + 1$
- بين أن $d = 1$ أو$d = 13$.
- ب/ بين أنه إذا كان : $n \equiv 6[13]$ فإن $d = 13$.
4) من أجل كل عدد طبيعي n بحيث $n \geq 2$ نضع : $A = 21n^2 - 17n - 4$ و $B = 28n^3 - 8n^2 - 17n - 3$
- بين أن العددين A و B قابلين للقسمة على $n - 1$ في المجموعة $\mathbb{Z}$.
- جد حسب قيم القاسم المشترك الأكبر للعددين A و B .