

اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات الموضوع الثاني

التمرين الاول: (6 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = 1 + e^{-x} - 2e^{-2x}$
(C) تمثيلها البياني في مستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس (O, \vec{I}, \vec{J})

(1) ليكن كثير الحدود $P(X) = 1 + X - 2X^2$ حيث:

• ادرس اشارة $P(X)$

• استنتج اشارة $f(x)$ على \mathbb{R}

• ماذا يمكن استنتاجه بالنسبة الى المنحنى (C)

(2) عين نهاية الدالة f عند $+\infty$ و ماذا تستنتج بالنسبة الى المنحنى (C)

(3) تحقق ان: $f(x) = e^{-2x}(e^{2x} + e^x - 2)$

استنتج نهاية f عند $-\infty$

(4) لتكن f' الدالة المشتقة الاولى للدالة f

• احسب $f'(x)$

• بين ان لـ $f'(x)$ نفس اشارة $(4 - e^x)$ ثم ادرس اشارة $f'(x)$

• شكل جدول تغيرات f

(5) بين ان المنحنى (C) و المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 1$ نقطة تقاطع واحدة يطلب

تعيين احداثياتها

ادرس الاوضاع النسبية لـ (C) و (Δ)

التمرين الثاني: (6 نقاط)

(1) من اجل كل عدد مركب Z نضع: $P(Z) = Z^3 - 3Z^2 + 3Z + 7$

• تحقق من ان: $P(Z) = (Z+1)(Z^2 - 4Z + 7)$

• حل في \mathbb{C} المعادلة: $P(Z) = 0$

(2) في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد و متجانس مباشر نعتبر النقط G, C, B, A التي لواحقها:

$$Z_G = 3, \quad Z_C = 2 - i\sqrt{3}, \quad Z_B = 2 + i\sqrt{3}, \quad Z_A = -1$$

• انشيء G, C, B, A

• احسب AC, BC, AB و استنتج طبيعة المثلث ABC

• عين عمدة للعدد المركب: $\frac{Z_A - Z_C}{Z_G - Z_C}$ ثم استنتج طبيعة المثلث GAC

(3) لتكن (D) مجموعة النقط M من المستوي بحيث:

$$(1) \dots\dots\dots (-\overline{MA} + 2\overline{MB} + 2\overline{MC}).\overline{CG} = 12$$

• بين ان G مرجح الجملة المثقلّة : $\{(A, -1), (B, 2), (C, 2)\}$

$$(2) \dots\dots\dots \overline{GM}.\overline{CG} = -4$$

• بين ان العلاقة (1) تعني : $\overline{GM}.\overline{CG} = -4$

• تحقق من ان النقطة A تنتمي الى المجموعة (D)

$$\overline{AM}.\overline{GC} = 0$$

• بين ان العلاقة (2) تعني : $\overline{AM}.\overline{GC} = 0$

• استنتج طبيعة (D) و ارسمها

التمرين الثالث: (5 نقاط)

متاليتان معرفتان كما يلي:

$$V_0 = 2 \quad , \quad U_0 = -1$$

$$V_{n+1} = \frac{U_n + 4V_n}{5} \quad , \quad U_{n+1} = \frac{U_n + V_n}{2}$$

(1) نعتبر المتاليتان $(t_n), (s_n)$ المعرفتان على \mathbb{N} كما يلي:

$$t_n = U_n + \frac{5}{2}V_n$$

$$s_n = U_n - V_n$$

• بين ان (s_n) هندسية يطلب تعيين حدها الاول و اساسها و عبارة حدها العام

• بين ان (t_n) ثابتة

(2) برهن بالتراجع انه من اجل n عدد طبيعي فان : $U_n < V_n$

(3) اثبت ان $(V_n), (U_n)$ متجاورتان

(4) عين نهاية $(U_n), (V_n)$

التمرين الرابع: (3 نقاط)

اجب بـ صح او خطأ مع التعليل

في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{I}, \vec{J}, \vec{K})$

نعتبر المستويات : $(P), (P'), (P'')$ التي معادلاتها :

$$(P'') : -X - Y + 2Z - 6 = 0 \quad , \quad (P') : X = 2 \quad , \quad (P) : X + Y - 2Z = 0$$

و النقاط : $C(0, 1, -1), B(1, 1, 1), A(2, 2, 2)$

(1) النقطة A تنتمي الى المستويات الثلاث

(2) المستويين $(P), (P'')$ متقاطعان

(3) المستوي (P') يوازي المستوي (YOZ)

(4) تقاطع $(P), (P')$ هو المستقيم (AB)

(5) النقطة C تنتمي الى المستوي (P)

(6) المستوي (ABC) معادلته : $-2X + Y + Z = 0$

بالتوفيق