

تمرين 1 :

نفرض أن المتتالية (u_n) المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\square$ بـ :
$$\begin{cases} u_{n+1} = u_n (2 - u_n) \\ u_0 = a (0 < a < 1) \end{cases}$$

(I) نفرض في هذا السؤال أن $a = \frac{1}{8}$

(أ) أحسب u_1 و u_2 .

(ب) في نعلم متعامد ومتجانس وحدته 8cm . أرسم المجال $[0; 2]$ المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ والمنحنى (C_f) للدالة f حيث :

$$f(x) = (x+1)e^{\frac{1}{x+1}}$$

$$f(x) = x(2-x)$$

(ج) أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم أنشئ (C_f) .

(د) إستعمل (Δ) و (C_f) لإنشاء النقط $A_1; A_2; A_3$ على محور الفواصل والتي فواصلها $u_1; u_2; u_3$ على الترتيب .

(II) نفرض في هذا السؤال أن a عدد حقيقي كيفي من المجال $]0; 1[$

(أ) برهن بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $0 < u_n < 1$.

(ب) برهن أن المتتالية (u_n) متزايدة .

(ج) ماذا تستنتج .

(III) نفرض في هذا السؤال $a = \frac{1}{8}$ ونفرض أن المتتالية (v_n) المعرفة على $\square$ بـ : $v_n = 1 - u_n$

(أ) عبر من أجل كل عدد طبيعي n عن v_{n+1} بدلالة v_n .

(ب) إستنتج عبارة v_n بدلالة n .

(ج) أحسب نهاية المتتالية (v_n) ثم نهاية (u_n) .

تمرين 2 :

يحتوي صندوق على 3 كرات بيضاء ، 3 كرات حمراء ، 3 كرات خضراء لا يمكن التمييز بينها باللمس .

(I) نسحب ثلاث كرات على التوالي و بدون إرجاع

(أ) أحسب إحتمال الحصول على ثلاث كرات بيضاء .

(II) نسحب ثلاث كرات في آن واحد من الصندوق ، وليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل عدد الألوان المحصل عليها .

(أ) أعط قانون إحتمال X .

(ب) أحسب الأمل الرياضي للمتغير X .

تمرين 3 :

ABCEFGH مكعب ، I منتصف $[EF]$ و J مركز المربع ADHE ، نعتبر المعلم المتعامد والمتجانس $(D; \overline{DA}; \overline{DC}; \overline{DH})$.

(I) (أ) جد معادلة المستوي (AIB) ثم المسافة بين G وهذا المستوي .

(ب) أحسب مساحة المثلث AIB .

(ج) إستنتج حجم رباعي الوجوه GAIB .

(II) (أ) أثبت أن المستقيم (BJ) عمودي على المستوي (AIG) . ثم عين معادلة هذا المستوي .

(ب) أحسب المسافة بين B وهذا المستوي .

(III) (أ) عبر عن حجم رباعي الوجوه GAIB بدلالة مساحة المثلث AIG .

(ب) إستنتج مساحة المثلث AIG .

تمرين 4 :

لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ : $f(x) = (x+1)e^{\frac{1}{x+1}}$ ، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) أ) برهن أن $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$.
ب) أدرس تغيرات الدالة f .

(2) أ) برهن أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(e^{\frac{1}{x+1}} - 1 \right) = 1$ (يمكن وضع $X = \frac{1}{x+1}$) .
ب) إستنتج أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 2$ هو مستقيم مقارب لـ (C_f) .

ج) أنشئ (C_f) .

(3) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ : $g(x) = \ln f(x)$

أ) تحقق أن : $g(x) = \frac{1}{x+1} + \ln(x+1)$

ب) بإستعمال دراسة تغيرات f إستنتج تغيرات g .

ج) أنشئ في معلم متعلم ومتجانس جديد المنحنى (C_g) .

د) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_g) و المستقيمت التي معادلاتها $x=0$ و $x=1$ و $y=0$.

(4) نعتبر التحويل النقطي S الذي يرفق بكت نقطة $M(x; y)$ ذات اللاحقة Z النقطة $M'(x'; y')$ ذات اللاحقة Z' حيث :

$$\begin{cases} x' = x + y + 2 \\ y' = -x + y - 1 \end{cases}$$

أ) عين مجموعة النقط الصامدة بالتحويل S .

ب) برهن أن التحويل S هو يطلب تحديد عناصره المميزة .

بالتوفيق

الصفحة 2/2

إنتهى