ثانوية سعد دحلب ـ قصر البخاري ـ

امتحان بكـالوريا تجريبي دورة 2009

اختبـار في مـادة الرياضيـات الشعبة: **تقني رياضي**

الموضـوع الأول: المدة : **04 ساعات و 30د**

تمرين 1 :

نعرف في $\mathbb{C}$ مجموعة الأعداد المركبة،المعادلة ذات المجهول z : $z^3 - 12z^2 + 48z - 128 = 0$ ...(1)

1) تحقق أن 8 حل للمعادلة (1) ،استنتج الحلين الآخرين؟

2) $(o, \vec{u}, \vec{v})$ معلم متعامد ومتجانس للمستوي الوحدة على المحورين 1cm ، نعتبر النقط A;B;C ذات اللواحق $\alpha = 2 - 2i\sqrt{3}$ ، $\beta = 2 + 2i\sqrt{3}$ ، $\delta = 8$ على الترتيب.

أ)أحسب طويلة وعمدة α وعلم النقط C; B;A ؟

ب) أحسب العدد المركب $\dfrac{\alpha - \delta}{\beta - \delta}$ وعين طويلته وعمدة له ، استنتج طبيعة المثلثABC؟

ج)عين G مرجح الجملة $\{(A;|\alpha|),(B;|\beta|),(C;|\delta|)\}$ ثم علم النقطة G

د) عين (T) مجموعة النقط M حيث : $\left\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\right\| = \left\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\right\|$ ؟

تمرين 2 :

n عدد طبيعي ، ليكن العددان α و β بحيث : $\alpha = n^2 + n$ ، $\beta = n + 2$

1) برهن أن : $PGCD(\alpha;\beta) = PGCD(n;\beta)$ ؟

2) استنتج القيم الممكنة للعدد $PGCD(\alpha;\beta)$ ؟

3) a و b عددان طبيعيان يكتبان في النظام التعدادي ذي الأساس n كما يلي : $b = \overline{384}$ و $a = \overline{3520}$

أ) برهن أن العدد(3n + 2) هو قاسم مشترك للعددان a و b ؟

ب) استنتج تبعا لقيم n أن $PGCD(a;b)$ هو 3n+2 أو (3n + 2)2 ؟

ج) عين α و β علما أن : $PGCD(a;b) = 41$ ؟

تمرين 3 :

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ ،نعتبر (S) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ والتي تحقق :

$$x^2 + y^2 + z^2 + x - \frac{1}{4} = 0$$

1) بين أن (S) هي سطح كرة محددا مركزها ω ونصف قطرها .

2)نعتبر النقط $E(2;3;-2)$ و $F(-1;0;1)$ من الفضاء و H المسقط العمودي للنقطة ω على المستقيم (EF)

أ) أعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم (EF) .

ب) عين إحداثيات النقطة H .

ج) أثبت أن المستقيم (EF) مماس لسطح الكرة (S) .

3) نعتبر المستوي (P) الذي معادلته الديكارتية $2x - y + z + 1 = 0$

أ) أحسب d ، مسافة النقطة ω عن المستوي (P) .

ب) إستنتج تقاطع سطح الكرة (S) والمستوي (P) ، لايطلب تحديد نقاط التقاطع .

إقلب الورقة

تمرين 4 :

I) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]-\infty;-1[\cup]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=x-1+2\ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$ ، نسمي (C) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1) أدرس تغيرات الدالة f .

2) أحسب $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)]$ ، $\lim_{x\to-\infty}[f(x)-(x-1)]$ ، ماذا تستنتج .

3) أدرس وضعية المنحنى(C) بالنسبة إلى المستقيم ذو المعادلة $(\Delta): y=x-1$.

4) أثبت أن النقطة $\omega\left(-\frac{1}{2};-\frac{3}{2}\right)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C) .

6) برهن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α محصورا بين 1 و 2 .

7) أرسم (C)

8) أ) بإستعمال المكاملة بالتجزئة ، عين على المجال $]-\lambda;+\infty[$ الدالة الأصلية للدالة $x\mapsto\ln(x+\lambda)$.

ب) إستنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$.

ج) أحسب $s(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=1$،$x=\alpha$.

د) تأكد أن $s(\alpha)=\frac{1}{2}(\alpha^2+2\alpha-3)+2\ln\frac{\alpha}{4}$.

II) (u_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $u_n=f(n)-n+1$

1) برهن أن (u_n) متتالية متزايدة .

2) نضع $s_n=u_1+u_2+\cdots+u_n$ ، أحسب s_n بدلالة n ، ثم $\lim_{x\to+\infty}s_n$.

إنتهى **بالتوفيق**