متقن قصر البيخاري السنة الدراسية:2009/2008.	الإمتحان التجريبي في مادة الرياضيات الموضوع الأول	المستوى : 3 رياضي . المـــــــدة :4 ساعات و نصف.

التمرين الأول :

نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة $3x-5y=13.....(1)$

1) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (1) .

2) حدد الحلول (x,y) للمعادلة (1) بحيث $\frac{x}{y}\in\mathbb{Z}$.

3) بين انه من أ جل كل k من $\mathbb{Z}$ لدينا: $PGCD(5k+1,3k-2)=PGCD(k-5\ ;\ 13)$

4) حل في $\mathbb{Z}^2$ الجملة : $\begin{cases}3x-5y=13\\PGCD(x\ ;\ y)=13\end{cases}$

التمرين الثاني :

1) نعتبر كثير الحدود $P(z)$ للمتغير z حيث : $P(z)=z^3-3z^2+3z+7$

أ- أحسب $P(-1)$

ب- عين العددين الحقيقين a و b بحيث من اجل كل عدد مركب z لدينا : $P(z)=(z+1)(z^2+az+b)$

جـ- حل المعادلة $P(z)=0$ في $\mathbb{C}$.

2) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس و مباشر $(o;\vec{u};\vec{v})$.

لتكن النقط A ، B ، C ، G من المستوي التي لواحقها على الترتيب $Z_A=-1$ ، $Z_B=2+i\sqrt{3}$ ، $Z_C=2-i\sqrt{3}$ ، $Z_G=3$

أ- أنشيء النقط A ، B ، C ، G .

ب- أحسب الأطوال AB ، BC ، AC ثم إستنتج طبيعة المثلث ABC

جـ- عين عمدة العدد المركب : $\frac{Z_A-Z_C}{Z_G-Z_C}$ إستنتج طبيعة المثلث GAC

1) لتكن (D) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق : $(-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC})\cdot\overrightarrow{CG}=12.....(\Pi)$

أ- بين أن G مرجح الجملة $\{(A,-1);(B,2);(C,2)\}$

ب- بين أن العلاقة تكافيء العلاقة $\overrightarrow{GM}\cdot\overrightarrow{CG}=-4.....(\Pi)$

جـ- تحقق أن النقطة A تنتمي إلى (D) .

ء- بين أن العلاقة (Π) تكافيء العلاقة $\overrightarrow{AM}\bullet\overrightarrow{GC}=0$

هـ - إستنتج طبيعة المجموعة (D) ثم أنشي ء المجموعة (D) .

التمرين الثالث :

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

نعتبر النقط A ، B ، C ، I **إحداثياتها** $A(-1;2;1)$ ، $B(1;-6;-1)$ ، $C(2;2;2)$ ، $I(0;1;-1)$

1) أ- بين ان النقط A ، B ، C **ليست في إستقامية**
ب- أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

2) ليكن (φ) **المستوي ذي المعادلة** $x+y-3z+2=0$ **و** (φ') **المستوي** $(o;\vec{i};\vec{j})$

أ- لماذا (φ) **و** (φ') **متقاطعان ؟**

ب- أوجد نقطة E **وشعاع توجيه** $\vec{u}$ **للمستقيم** (Δ) **تقاطع المستويين** (φ) **و** (φ') **.**

3) أكتب معادلة لسطح الكرة S **ذات المركز** I **و نصف القطر 2 .**

4) نعتبر النقطتين F **و** L **حيث** $F(1,0,1)$ **و** $L(-2,0,0)$
- عين بدقة تقاطع السطح S **مع المستقيم** (FL)

التمرين الرابع :

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس و مباشر $(o;\vec{i};\vec{j})$ **.**

نعتبر الدالة f **المعرفة على** $]0;+\infty[$ **بما يلي :** $f(x)=-3-\ln x+2(\ln x)^2$ **و** (C_f) **تمثيلها البياني .**

الجزء الاول :

1) أ- حل في المجال $]0;+\infty[$ **مايلي :** $f(x)=0$ ، $f(x)\succ 0$ **.**
2) أ- أحسب نهايات الدالة f **عند 0 و** $+\infty$ **.**
ب – أحسب $f'(x)$ **.**

جـ- أدرس تغيرات f **.**

3) أكتب معادلة المماس (T) **للمنحني** (C_f) **عند النقطة ذات الفاصلة** $e^{\frac{5}{4}}$ **.**

4) نعتبر الدالة φ **المعرفة على المجال** $]0;+\infty[$ **كما يلي :** $\varphi(x)=f(x)-(4e^{-\frac{5}{4}}x-\frac{41}{8})$

أ – بين ان : $\varphi'(x)=\frac{4\ln x-1}{x}-4e^{-\frac{5}{4}}$ **ثم أحسب** $\varphi''(x)$ **.**

ب- أدرس تغيرات الدالة $\varphi'(x)$ **على** $]0;+\infty[$ **و أستنتج انه من اجل كل** x **من** $]0;+\infty[$ **:** $\varphi'(x)\leq 0$

جـ- أحسب $\varphi\left(e^{\frac{5}{4}}\right)$ **ثم حدد إشارة** $\varphi(x)$ **على** $]0;+\infty[$ **و إستنتج وضعية** (C_f) **بالنسبة للمستقيم** (T) **.**

5) أرسم (C_f) **و** (T) **.**

الجزء الثاني :

1) **تحقق ان الدالة** $x \to x\ln x - x$ **هي دالة أصلية للدالة** $x \to \ln x$ **على المجال** $]0;+\infty[$.

2) **نضع** $I_1 = \int_{\frac{1}{e}}^{e^{\frac{3}{2}}} \ln x dx$ **و** $I_2 = \int_{\frac{1}{e}}^{e^{\frac{3}{2}}} (\ln x)^2 dx$.

أ – أحسب I_1

ب – باستعمال المكاملة بالتجزئة بين أن $I_2 = \frac{5}{4}e^{\frac{3}{2}} - \frac{5}{e}$.

جـ - أحسب $\int_{\frac{1}{e}}^{e^{\frac{3}{2}}} f(x)dx$

ء - أستنتج مساحة الحيز مجموعة النقط $M(x;y)$ **حيث:** $\begin{cases} \frac{1}{e} \le x \le e^{\frac{3}{2}} \\ f(x) \le y \le 0 \end{cases}$.

إنتهى بالتوفيق