التمرين الاول :

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة علي $\square$ بـ: $u_0 = e^3 - 1$

ومن اجل العدد الطبيعي n : $e^3 u_{n+1} = 1 - e^3 + u_n$

1. أ) احسب u_1, u_2, u_3 .

ب) اثبت انه من اجل $n \in \square$: $1 + u_n > 0$.

ج) بين ان (U_n) متناقصة

2. (t_n) متتالية عددية معرفة بحدها العام: $t_n = 2(1 + u_n)$

أ) بين أن (t_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها.

ب) نضع $p_n = t_0 + t_1 + t_2 + \dots + t_n$ ، احسب p_n ثم $\lim_{n \rightarrow +\infty} p_n$

ت) عين n حتي يكون $p_n \geq 2$.

التمرين الثاني:

لتكن f الدالة المعرفة علي $\square$ بـ: $f(x) = \frac{e^x}{1+x^2}$

(C) المنحنى الممثل لها في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1- أ) احسب : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ وفسر النتيجة هندسيا.

ج) بين ان f تقبل الاشتقاق علي $\square$ و احسب $f'(x)$ ثم شكل جدول الغيرات.

د) احسب " $f(x) = 0$ " وبين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين 1 و β حيث $0 < \beta < \frac{1}{5}$.

هـ) استنتج نقط لانعطاف للمنحنى (C) ثم ارسمه.

2- من اجل كل $x \in \square$ نضع : $F(x) = \int_0^x f(t) dt$

أ) بين أن F تقبل الاشتقاق علي $\square$ و احسب $F'(x)$ ثم استنتج منحنى تغيرات F علي $\square$.

ب) تحقق أن $0 \leq f(t) \leq e^t$. (من اجل $t \leq 0$)

و استنتج أن $-1 \leq F(x) \leq 0$ (من اجل $x \leq 0$)

ت) باستعمال الكاملة بالتجزئة بين أن : $F(x) = f(x) - 1 + 2I(x)$ (من اجل $x \leq 0$)

حيث $I(x) = \int_0^x \frac{te^t}{(1+t^2)^2} dt$

ث) استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{F(x)}{x}$

التمرين الثالث:

المستوي منسوب إلي معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- نعتبر النقط A, B, C حيث : $z_B = 1-i, z_A = 2, z_C = 1+i$.

$$أ- احسب $L = \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$$$

ب- استنتج طبيعة المثلث ABC .

- ليكن r الدوران الذي مركزه A ويحقق $r(B) = C$.

أ- اوجد زاوية الدوران r واكتب عبارته المركبة.

ب- عين لاحقة النقطة D حيث $r(C) = D$.

- ليكن (S) الدائرة التي قطرها $[BC]$.

أ- اوجد (S') صورة (S) بالدوران r .

ب- لتكن M نقطة من (S) لاحقتها z' تختلف عن C ، صورتها M' ذات اللاحقة z' بالدوران r .

- بين وجود عدد حقيقي θ يحقق : $z = 1 + e^{i\theta}$

- عبر عن z' بدلالة θ .

- بين أن $\frac{z' - z_C}{z - z_C}$ حقيقي.

استنتج أن النقط : C و M و M' علي استقامة

التمرين الرابع:

الفضاء منسوب منسوب إلي معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

نعتبر النقط $A(2;1;3)$ ، $B(-3;-1;7)$ ، $C(3;2;4)$.

(1) بين أن النقط السابقة ليست علي استقامة واحدة.

$$(2) \text{ ليكن } (d) \text{ المستقيم ذو التمثيل الوسيطى : } \begin{cases} x = -7 + 2t \\ y = -3t \\ z = 4 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

• بينان المستقيم (d) عمودي علي المستوي (ABC) .

• اوجد معادلة المستوي (ABC) .

• إذا كانت H تقاطع (d) مع (ABC) . بين أن H هي مرجح الجملة : $\{(A;-2), (B;-1), (C;2)\}$.

• حدد طبيعة (Γ_1) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق : $(-2\overline{MA} - \overline{MB} + 2\overline{MC})(\overline{MB} - \overline{MC}) = 0$.

(3) حدد طبيعة (Γ_2) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق : $\| -2\overline{MA} - \overline{MB} + 2\overline{MC} \| = \sqrt{29}$. وعين عناصرها.

عين طبيعة وعناصر مجموعة النقط $(\Gamma_1) \cap (\Gamma_2)$.

_____ انتهى .

ثانوية الشهيد مرواني الجليلي
الشطية – الشلف .
مادة الرياضيات

السنة الدراسية : 2009 - 2010 .
الشعبة : 3 ت ر .
المدة : 4 سا .

بكالوريا تجريبي
الموضوع الثاني

التمرين الاول:

$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 2n \\ u_0 = 2 \end{cases} \quad \text{نعتبر المتتالية } (u_n) \text{ المعرفة :}$$

(1) احسب u_1 ، u_2 ، u_3 .

(2) برهن انه من اجل $n \in \mathbb{N}$: $u_n \geq n$. ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n$

(3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة بـ $v_n = u_n - 4n + \alpha$ حيث $n \in \mathbb{N}$

- عين العدد الحقيقي α حتي تكون (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الاول.

- اكتب v_n بدلالة n ، ثم u_n بدلالة n

(4) أ- احسب بدلالة n كلا من $W_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$ و $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n$

ب- احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} W_n$. ج- عين قيمة n حتي يكون $W_n - S_n = 0$.

التمرين الثاني:

نعتبر في $\mathbb{C}$ كثير الحدود : $p(z) = z^3 + 2z^2 - 16$.

(1) احسب $p(2)$.

(2) عين العددين الحقيقيين a و b حيث من اجل كل عدد مركب z : $p(z) = (z - 2)(z^2 + az + b)$

(3) حل المعادلة $p(z) = 0$.

(4) اكتب الحلول علي الشكل المثلثي ثم علي الشكل الآسي .

(5) في المستوي المركب نعتبر النقط $A; B; D$ ذات اللواحق $z_A = -2 - 2i$ ، $z_B = 2$ ، $z_D = -2 + 2i$.

- عين z_C لاحقة النقطة C بحيث يكون $ABCD$ متوازي أضلاع .

- بين أن $z_E = 6$ لاحقة E صورة C بالدوران الذي مركزه B وزاويته $-\frac{\pi}{2}$.

- بين أن $z_F = -4 + 6i$ لاحقة F صورة C بالدوران الذي مركزه D وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

- تحقق أن $\frac{z_E - z_A}{z_F - z_A} = i$ ثم استنتج طبيعة المثلث AEF .

التمرين الثالث:

- المستوي منسوب إلي معلم متعامد متجانس $(O; \bar{i}, \bar{j})$.
- (1) نعتبر الدالة g المعرفة علي $[0; +\infty[$ بـ: $g(x) = \frac{x}{x+1} - \ln(x+1)$
- أدرس تغيرات الدالة g علي المجال $[0; +\infty[$.
 - حدد إشارة $g(x)$ علي المجال $[0; +\infty[$.
- (2) نعتبر الدالة f المعرفة علي $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = e^{-x} \ln(1+e^x)$
- (C) المنحنى الممثل لها في مستوي.
- بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$
 - بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$
 - بين أن f تقبل الاشتقاق علي $\mathbb{R}$ ، وان من اجل كل $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = e^{-x} g(e^x)$.
 - ادرس تغيرات f وشكل جدول التغيرات.
 - أنشئ (C).
- (3) بين أن من اجل كل $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) + f(x) = 1 - \frac{e^x}{e^x + 1}$
- (4) حدد الدالة الأصلية F للدالة f علي $\mathbb{R}$ التي تنعدم من اجل 0.
- حدد مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C) و المستقيمات التي معادلاتها $x = 0$ و $x = \ln 2$ و $y = 0$.

التمرين الرابع:

أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الأقليدية للعدد 5^n على 7.

- (1) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي:
- العدد $(26^{6n+5} + 2 \times 47^{12n+2} + 3)$ يقبل القسمة على 7.
- (2) عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها:
- العدد $(26^{6n+5} + 2 \times 47^{12n+2} + 5n)$ يقبل القسمة على 7.

_____ .انتهي .

بالتوفيق