ثانوية الشاذلي قادة – فرندة — السنة الدراسية: 2009/2008

المستوى: 3 تقني رياضي — المدة: 4 ساعات ونصف

البكالوريا التجريبية في مادة الرياضيات.

الموضوع الثاني.

التمرين الأول(4 ن):

I. نعتبر كثير الحدود في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ الآتي :

$$P(z)=z^3+(-8+i)z^2+(17-8i)z+17i$$

1. حدد العددين الحقيقيين a و b بحيث يكون من أجل كل عدد مركب z :

$$P(z)=(z+i)(z^2+az+b)$$

2. حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$.

II. في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{u},\vec{v})$ الوحدة هي : $1cm$

و لتكن النقط A ، B و C لواحقها على الترتيب $z_A=4+i$ و $z_B=4-i$ و $z_C=-i$.

1. علم النقط A ، B و C.
2. لتكن النقطة Ω لاحقتها 2 و نسمي S صورة النقطة A بالدوران الذي مركزه Ω و زاويته $\frac{\pi}{2}$.

   احسب اللاحقة z_S للنقطة S.
3. برهن أن النقط B ، A ، S و C تنتمي إلى نفس الدائرة Φ التي يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها ثم أنشئها.
4. احسب $\arg\left(\frac{z_C-z_B}{z_A-z_B}\right)$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC.

التمرين الثاني: (5 ن)

(u_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول $u_0=2$ و بالعلاقة التراجعية $u_{n+1}=\frac{2u_n+1}{u_n+2}$ من أجل كل عدد طبيعي n.

f دالة عددية معرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\frac{2x+1}{x+2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ و (Δ) مستقيم معادلة له $y=x$.

1. أ - عين إحداثيتي نقطتي تقاطع (C_f) و (Δ) و ارسم (C_f) و (Δ).

   ب- مثل بيانيا المتتالي (u_n) مع تمثيل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 على محور الفواصل (لا يطلب حسابها).

   ج- أعط تخمينا حول تغيرات (u_n) و تقاربها.
2. بر هن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n\neq 1$.
3. (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n: $v(n)=\frac{u_n+1}{u_n-1}$

   أ. برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0.

   ب. أحسب v_n ثم u_n بدلالة n.

   ج. بين أن، من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n=\frac{1+\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}}{1-\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}}$ ثم استنتج نهاية u_n لما n يؤول إلى $+\infty$.

4. لتكن g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=\frac{3^{x+1}+1}{3^{x+1}-1}$

أ.تحقق من أن: $u_n=g(n)$

ب. بين أن : $g'(x)=-\frac{2(\ln 3)e^{(x+1)\ln 3}}{\left(e^{(x+1)\ln 3}-1\right)^2}$ و استنتج اتجاه تغيرات المتتالية (u_n).

5. (w_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n: $w_n=\frac{2}{u_n-1}$

أحسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S_n حيث: $S_n=w_0+w_1+.........+w_n$

التمرين الثالث: (7 ن)

I. نعلم أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x}=+\infty$ ، برهن أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}xe^{-x}=0$.

II. نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=(x+1)e^{-x}$.

ليكن (C) التمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ثم $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و أعط تفسير بياني للنتيجة .

2) ادرس تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

3) أنشئ (C).

4) ليكن λ عدد حقيقيي موجب تماما .

أ- باستعمال المكاملة بالتجزئة أحسب العدد : $A(\lambda)=\int_0^{\lambda}f(x)dx$.

ب- عين $\lim\limits_{x\to+\infty}A(\lambda)$ ، فسر النتيجة هندسيا.

III. نعتبر من أجل كل عدد صحيح k الدالة f_k المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f_k(x)=(x+1)e^{kx}$

ليكن (C_k) التمثيل البياني للدالة f_k في معلم متعامد متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

لاحظ أنه قد تم دراسة الدالة f_k من أجل $k=-1$ ($f_{-1}=f$ و $(C_{-1})=(C)$

1) أ- ما هي طبيعة الدالة f_0.

ب- عين نقط تقاطع (C_0) مع (C_1)

ج- تحقق أن من أجل كل عدد صحيح k فإن هذه النقط تنتمي إلى كل المنحنيات (C_k).

2) ادرس حسب قيم x إشارة العبارة $(x+1)(e^x-1)$

3) استنتج من أجل كل عدد صحيح معطى k الوضعية النسبية للمنحنين (C_k) و (C_{k+1}).

التمرين الرابع (4 ن)

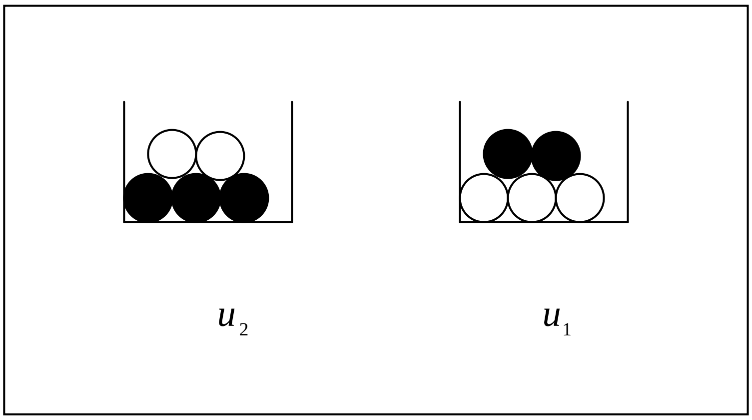
إناءان u_1 و u_2 حيث u_1 يحتوي على ثلاث كرات بيضاء و كرتان سوداوان و u_2 يحتوي على كرتان بيضاوان و ثلاث كرات سوداء . نسحب كرتان دفعة واحدة من كل منهما (علما أن الكرات متجانسة في اللمس) فنحصل بذلك على أربع كرات .

1. نهتم بعدد الكرات البيضاء المسحوبة من الإناء u_1 و عدد الكرات البيضاء المسحوبة من الإناء u_2

- بين أن احتمال سحب كرتين بيضاوين من الإناء u_1 هو $p_2=0{,}3$ و من الإناء u_2 هو $p_2'=0{,}1$.
- شكل الشجرة المثقلة المناسبة .

- برهن أن احتمال الحادثة E " ضمن الكرات المسحوبة يوجد بالضبط كرتان بيضاوان " هو: $0,46$.

2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكرات البيضاء المحصل عليها.
   أ- حدد قانون الاحتمال لـ X.
   ب- اللاعب يدفع $2,50DA$ قبل إجراء السحب .
   و يكسب $1DA$ لكل كرة بيضاء مسحوبة . هل اللعبة مربحة له؟
3. احسب احتمال الحصول على كرة بيضاء فقط من الإناء u_2 علما أنه حصل على كرتين بيضاوين .



انتهـــــى