الموضوع الأول : تقني رياضي

التمرين الاول :

1) ليكن a و b عددين طبيعيين غير معدومين بحيث : $PGCD(a+b;ab)=p$ و p عدد أولي .

أ – بين ان p يقسم a^2 (بإمكانك ملاحظة أن $a^2=a(a+b)-ab$)

ب- إستنتج أن p يقسم a و كذلك p يقسم b .

جـ- بين أن $PGCD(a;b)=p$

2) a و b عددان طبيعيان حيث $a\le b$

حل الجملة $\begin{cases} PGCD(a+b;ab)=5 \\ PPCM(a;b)=170 \end{cases}$

التمرين الثاني :

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

نعتبر النقط A ، B ، C ، I إحداثياتها $A(-1;2;1)$ ، $B(1;-6;-1)$ ، $C(2;2;2)$ ، $I(0;1;-1)$

1) أ- بين ان النقط A ، B ، C ليست في إستقامية

ب- أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

2) ليكن (φ) المستوي ذي المعادلة $x+y-3z+2=0$ و (φ') المستوي $(o;\vec{i};\vec{j})$

أ- لماذا (φ) و (φ') متقاطعان ؟

ب- أوجد نقطة E وشعاع توجيه $\vec{u}$ للمستقيم (Δ) تقاطع المستويين (φ) و (φ') .

3) أكتب معادلة لسطح الكرة S ذات المركز I و نصف القطر 2 .

التمرين الثالث :

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس و مباشر $(o;\vec{u};\vec{v})$.

نضع Z_M لاحقة النقطة M و لتكن A النقطةذات اللاحقة 4 و B النقطة ذات اللاحقة $4i$

1) لتكن θ عدد حقيقي من المجال $[0;2\pi[$ و r عدد حقيقي موجب تماما .

نعتبر النقطة E ذات اللاحقة $re^{i\theta}$ و F نقطة بحيث OEF قائم ومتساوي الساقين و $(\overrightarrow{OE};\overrightarrow{OF})=\frac{\pi}{2}$.

- **أوجد بدلالة r و θ لاحقة النقطة F .**

2) نختار $\theta=\frac{5\pi}{6}$ و $r=3$ ، ضع رسما توضحفيه النتائج السابقة .

3) نعتبر النقط P ، Q ، R ، S منتصفات القطع $[AB]$ ، $[BE]$ ، $[EF]$ ، $[FA]$ على الترتيب

أ - بين أن $PQRS$ متوازي أضلاع .

ب – نضع : $Z=\frac{Z_R-Z_Q}{Z_Q-Z_p}$

عين طويلة وعمدة العدد Z ثم إستنتج أن $PQRS$ مربع .

4) أ- أحسب بدلالة r و θ لاحقتي النقطتين P و Q .

ب - أحسب بدلالة r و θ مساحة المربع $PQRS$.

جـ - r عدد ثابت من اجل أية قيمة لـ θ تكون مساحة المربع أعظمية

ما هي لاحقة النقطة F .

<u>التمرين الرابع :</u>

نعتبر الدالة f المعرفة على كما يلي : $f(x)=(x+1)\,e^{-x}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس و مباشر $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ – أدرس تغيرات الدالة f .

ب - أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة (-1)

2) من اجل كل عدد صحيح k نعرف الدالة f_k على كما يلي : $f_k(x)=(x+1)\,e^{-kx}$ و ليكن (C_k) تمثيلها البياني

(لاحظ ان من اجل $k=-1$ فإن f_{-1} هي الدالة f المعرفة سابقا .و $(C_f)=(C_{-1})$

أ – ما هي طبيعة الدالة f_0

ب – عين إحداثيا تنقط تقاطع (C_{-1}) و (C_0) ، تحقق أنه من اجل كل عدد صحيح k هذه النقطة تنتمي إلى (C_k).

جـ - أدرس حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $(x+1)(e^{-x}-1)$

- إستنتاج الأوضاع النسبية للمنحنيين (C_{-1}) و (C_0)

ء – أرسم (C_{-1}) و (C_0) و (T) .

هـ - ليمن λ عددا حقيقيا موجبا تماما

أ – باستعمال المكاملة بالتجزئة أحسب : $A(\lambda)=\int_0^{\lambda} f(t)\,dt$ حيث f الدالة المعرفة في الجزء 1 .

فسر بيانيا العدد $A(\lambda)$

ب – أحسب $\lim_{\lambda\to\infty} A(\lambda)$