الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — ثانوية مصطفى بن بوالعيد-المعاضيد

امتحان البكالوريا التجريبية — السنة الدراسية : 2013/2012

الشعبة : تقني رياضي

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة : 04 ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر المتتالية(u_n) المعرفة على$\mathbb{N}$ كما يلي : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{4}{3}$

1/ ارسم في معلم متعامد ومتجانس$(o;\vec{i};\vec{j})$ المنحني(c_f) الممثل للدالة f المعرفة على$\mathbb{R}$ حيث :

$f(x) = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$ والمستقيم(Δ) ذو المعادلة $y= x$

2/ مثل على محور الفواصل الحدودu_0،u_1،u_2 باستعمال الرسم السابق ودون حساب الحدود

أ/ ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n)وتقاربها .

ب/ برهن بالتراجع أنه ومن أجل كل عدد طبيعيn أن : $1 \leq u_n \leq 4$

جـ/ ادرس اتجاه تغيرات المتتالية (u_n)

3/ نعتبر(v_n) المتتالية المعرفة على$\mathbb{N}$ بالعلاقة $v_n = u_n + \alpha$ حيث αعددحقيقي غير معدوم

•عين قيمة α حتى تكون(v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسهاq وحدها الأول v_0 .

نضع $\alpha= -4$

•اكتبv_n بدلالةn ثم استنتج u_n بدلالة n

•تحقق من صحة تخمينك حول تقارب المتتالية (u_n)

•أحسب بدلالة n المجموع : $s_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

التمرين الثاني :(03نقاط)

z عدد مركب ،نعتبر $p(z)$ حيث $p(z) = z^3 - 6z^2 + 12z - 16$

1/ عين العددين الحقيقيين aوb بحيث $p(z) = (z-4)(z^2 + az + b)$ ثم حل في $\mathbb{C}$المعادلة:

$p(z) = 0$

2/ نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

A وB نقطتين من المستوي لاحقتيهما $a = 1 + i\sqrt{3}$ و$b = 1 - i\sqrt{3}$ على الترتيب

• عين طبيعة المثلث OAB

3/ أحسب $\left(\frac{a-b}{2\sqrt{3}}\right)^{2011}$ واكتبه على الشكل الأسي

4/ أوجد لاحقة مرجح الجملة $\{(A;1);(B;1);(C;-3)\}$ حيث C نقطة لاحقتها العدد 4

التمرين الثالث : (05نقاط)

في الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o;\vec{\imath};\vec{\jmath};\vec{k}\right)$

لتكن النقط $A(2;1;-1)$ ، $B(-1;2;4)$، $C(0;-2;3)$، $D(1;1;-2)$ والمستوي (P)الذي معادلته :

$$X-2Y+Z+1=0$$

أذكر إن كان الجواب صحيحا أم خاطئا معللا إجابتك :

1/ النقط A،B،C تعين مستويا

2/ المستقيم(AC) محتوى في المستوي (P)

3/ معادلة الديكارتية للمستوي (ABC)هي : $X+8Y-Z-11=0$

4/ تمثيل وسيطي للمستقيم (AC)هو : $\begin{cases} x=2t \\ y=2+3t \\ z=3-4t \end{cases}$ $t\in R$

5/ سطح الكرة التي مركزهاD ونصف قطرها $\frac{\sqrt{6}}{3}$ تمس المستوي (P)

التمرين الرابع :(08نقاط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس$\left(o;\vec{\imath};\vec{\jmath}\right)$ حيث$\|\vec{\imath}\|=\|\vec{\jmath}\|=3cm$ نعتبر الدالة fالمعرفة

علىR كما يلي: $f(x)=x-\frac{1}{1+e^{x}}$ و (c) تمثيلها البياني في المعلم السابق

1/ احسب $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty}f(x)$

2/ بين أن من أجل كلx منR: $f'(x)>0$ ثم شكل جدول تغيرات f

3/ بين أن المنحني(c) يقبل مستقيمين مقاربين(Δ) و(Δ') معادلتيهما على الترتيب $y=x$ و $y=x-1$

4/ أدرس الوضع النسبي للمنحنى (c)و المستقيمين (Δ) و(Δ')

5/ بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا αحيث $0<\alpha<\frac{1}{2}$

6/ بين أن$I\left(0;-\frac{1}{2}\right)$ مركز تناظر للمنحنى(c) ثم أكتب معدلة للمماس(T) عند النقطة I

7/ أنشئ $\left(c_f\right)$والمماس (T)

8/ باستعمال المنحنى البياني عين قيمة m الحقيقية حتى تقبل المعادلة:$me^{x}+m=1$ حلا وحيدا

9/ تحقق أنه من أجل كلx منR : $f(x)=x-\frac{e^{-x}}{1+e^{-x}}$ ثم استنتج دالة أصلية لـ fعلىR، أحسب

بالسنتيمتر المربع$A(\alpha)$ مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى$\left(c_f\right)$ ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين

معادلتيهما $X=\alpha$ و$X=2$ حيث العددα المشار إليه في السؤال 5

الموضوع الثاني :

التمرين الأول :(8نقاط)

$p(z)$ كثير الحدود في مجموعة الأعداد المركبة Cحيث :

$$p(z) = (z^2 + 3)(z^2 - 2z + 4)$$

1/ حل فيC المعادلة $p(z) = 0$.

2/ المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس$(o;\vec{i};\vec{j})$ .A ،B ،C وD أربع نقط من هذا المستوي لواحقها على الترتيب $z_A = i\sqrt{3}$ ،$z_B = -i\sqrt{3}$،$z_C = 1 + i\sqrt{3}$ و $z_D = 1 - i\sqrt{3}$

أ/ اكتب على الشكل المثلثي العددين $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ و $\frac{z_C - z_D}{z_B - z_D}$.

ب/ استنتج طبيعة المثلثين ABC وDBC .

F/3 نقطة من المستوي لاحقتها $Z_F = -\sqrt{3} - i$

أ/ احسب$\frac{Z_D}{Z_F}$ واستنتج أن المستقيمين (OD)و(OF) متعامدان .

ب/ عينZ_G لاحقة النقطةG بحيث يكون الرباعيOFGD مربعا .

التمرين الثاني : (4نقاط)

كل سؤال من الأسئلة التالية يتضمن إجابة صحيحة ، تعرف عليها ،مع التبرير

الفضاءمنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

نعتبر المستوي(P) ذو المعادلة :$X - Z + 1 = 0$ والنقط

$A(1;0;2)$ ، $B(0,2,1)$،$C(2;2;3)$ ، $D(2;3;4)$

1/ المستوي (P) هو : أ) (ABC) ب)(ABD) ج)(ACD)

2/ شعاع ناظمي للمستوي(P) هو : أ) $\overrightarrow{n_1}(0;0;1)$ ب) $\overrightarrow{n_2}(1.0.-1)$ ج) $\overrightarrow{n_3}(-1.0.0)$

3/ نقطة تقاطع المستوي(P) ومحور الفواصل هو :

أ) $E_1(0.0.1)$ ب)$E_2(-1;1;0)$ ج) $E_3(-1;0;0)$

4/ بعد النقطة Dعن المستوي(P) هو : أ) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ب) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ج) $\frac{1}{2}$

التمرين الثالث :(8نقاط)

1/ نعتبر الدالة g ذات المتغير الحقيقيx المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي :

$$g(x)=x^3-1+2\ln x$$

أ/ احسب نهايتي الدالة g عند $+\infty$ و0 ثم ادرس اتجاه تغيرات الدالة g و شكل جدول تغيراتها .

ب/ أحسب$g(1)$ واستنتج إشارة $g(x)$على المجال $]0;+\infty[$.

2/ لتكن f الدالة العددية ذات المتغير الحقيقيx المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي :

$$f(x)=x-\frac{\ln x}{x^2}$$

(c) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ الوحدة 2cm .

أ/ بين أنه من أجل كلx من المجال$]0;+\infty[$ لدينا: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^3}$

استنتج اتجاه تغير الدالة f.

ب/ احسب $\lim_{x\to 0} f(x)$ ، فسر هذه النتيجة بيانيا .

ج/ احسب $\lim_{x\to +\infty} f(x)$.

د/ أنشئ جدول تغيرات الدالة f

3/ ليكن(D) المستقيم الذي معادلته $y=x$ ، أحسب$\lim_{x\to +\infty}(f(x)-x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

4/ أنشئ(c) التمثيل البياني للدالة f في المعلم السابق .