وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لشرق الجزائر

ثانوية المرجة –براقي– — السنة الدراسية :2009/2008

بكالوريا تجريبي في الرياضيات — الشعبة : رياضيات — المدة :4 ساعات و نصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول:

1) نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة : $(E).....(x+1)^2 = 9+5y$

أ – ادا كانت الثنائية (x,y) حلا للمعادلة (E) بين أن $x \equiv 1[5]$ أو $x \equiv 2[5]$.

ب _ حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E)

2) بين أن $p\gcd(x,y)$ يقسم 8 .

3) حل في $\mathbb{Z}^2$ الجملة :
$$\begin{cases} \overline{121}^x = \overline{59}^y \\ p\gcd(x,y) = 8 \\ x \equiv 1[5]. \end{cases}$$

التمرين الثاني:

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر النقط التالية A(2 ; 1 ; 3) ، B(-3 ; -1 ; 7) ، C(3 ;2 ;4)

1) بين أن النقط A ، B، C ليست في استقامية .

2) ليكن (d) المستقيم دو التمثيل الوسيطي
$$(d): \begin{cases} x = -7+2t \\ y = -3t \quad t \in \mathbb{R} \\ z = 4+t \end{cases}$$

بين أن (d) عمودي على المستوي (ABC)

أعط معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

3) ليكن H النقطة المشتركة بين (d) و المستوي (ABC).

- بين أن H هي مرجح الجملة : $\{(A;-2);(B;-1);(C;2)\}$.
- عين طبيعة المجموعة E_1 للنقط M من الفضاء التي تحقق : $\left(\overline{-2MA}-\overline{MB}+2\overline{MC}\right).\left(\overline{MB}-\overline{MC}\right)=0$ مع دكر العناصر المميزة
- عين طبيعة المجموعة E_2 للنقط M من الفضاء التي تحقق : $\left\|\overline{-2MA}-\overline{MB}+2\overline{MC}\right\|=\sqrt{29}$ مع دكر العناصر المميزة

التمرين الثالث :

يحتوي كيس على 3 كرات بيضاء و 4 كرات سوداء و 3كرات حمراء ، نسحب عشوائيا و في أن واحد 3 كرات من الكيس و نفترض أن جميع الكرات لا يمكن التمييز بينهما باللمس.

1) احسب احتمال الحدثين :

A "الحصول على 3 كرات من نفس اللون "

B " الحصول على الأقل كرة حمراء "

2) هل الحدثان A و B مستقلان .

3) ليكن X المتغير العشوائي اللدي يساوي عدد الكرات الحمراء في السحبة .

حدد قانون الاحتمال X

4) نعيد التجربة السابقة 5 مرات متتالية .

أحسب احتمال الحصول على 3 كرات من نفس اللون مرتين بالضبط .

التمرين الرابع:

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;I,J)$.

نعتبر الدالة f_n المعرفة على كما يلي :

$f_n(x)=\dfrac{e^x}{e^{nx}(1+e^x)}$. نرمز بـ (C_n) منحنيها البياني في المعلم $(O;I,J)$

الجزء الأول:

1. احسب نهاية f_0 عند $-\infty$ و عند $+\infty$.
2. حدد المستقيمات المقاربة .
3. بين ان النقطة $K(0;\frac{1}{2})$ مركز تناظر لـ (C_0).
4. ادرس تغيرات الدالة f_0 .
5. حدد معادلة المماس (T) للمنحنى (C_0) في النقطة K.
6. ادرس وضع (C_0) بالنسبة لـ (T) .
7. انشئ (C_0) و (T)
8. بين أنه بكل عدد حقيقي x النقطتين $M(x,f_0(x))$ و $M'(x,f_1(x))$ متناضرتين بالمستقيم $(D)\therefore y=\dfrac{1}{2}$

انشـئ (C_1).

الجزء الثاني:

نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من اجل كل $n\in N$: $v_n=\int_0^1 f_n(x)dx$

1 _ بين أن : $v_0=\ln\left(\dfrac{1+e}{2}\right)$

2 _ بين أن المتتالية (v_n) موجبة .

3 _ نضع : $k(x)=f_{n+1}(x)-f_n(x).$

أ _ بين أن : $k(x)=\frac{1-e^{x}}{e^{nx}(1+e^{x})}$. من أجل كل عدد حقيقي x .

ب _ ادرس اشارة $k(x)$ لكل x من المجال $[0,1]$

ج _ استنتج أن المتتالية (v_n) متنافصة .

4 _ أ بين ان : $n\geq 2: v_{n-1}+v_n=\frac{1-e^{-(n-1)}}{n-1}$

ب _ أحسب v_2 .

5 _ ليكن (u_n) المتتالية المعرفة كمايلي : $n\geq 2: u_n=\frac{v_{n-1}+v_n}{2}$

أ _ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

ب _ بين أن $n\geq 2: 0\leq_n v_n\leq u_n$

ج _ استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$

الموضوع الثاني

التمرين الأول:

1. أحسب الاعداد الأتية : $(1+\sqrt{6})^2, (1+\sqrt{6})^4, (1+\sqrt{6})^6$

بإستعمال خوارزمية اقليدس أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 847 و 342 .

2. لكل عدد طبيعي n غير معدوم نضع : $(1+\sqrt{6})^n = a_n + b_n\sqrt{6}$

أ – احسب a_1 و b_1 ثم a_2 و b_2 ثم a_3 و b_3 .

ب – أكتب a_{n+1} و b_{n+1} بدلالة a_n و b_n.

3. بين أنه اذا كان 5 لا يقسم $(b_n + a_n)$ فان 5 لا يقسم $(b_{n+1} + a_{n+1})$

(يكفي أن نثبت اذا كان 5 يقسم $(b_{n+1} + a_{n+1})$ فان 5 يقسم $(b_n + a_n)$).

– باستعمال البرهان بالتراجع أثبت أن : لكل عدد طبيعي غير معدوم n : يكون 5 لا يقسم $(b_n + a_n)$.

4. اثبت أنه : اذاكان a_n و b_n أوليان فيما بينهما فان : a_{n+1} و b_{n+1} أوليان فيما بينهما .

باستعمال البرهان بالتراجع أثبت أن : لكل عدد طبيعي غير معدوم n a_n و b_n أوليان فيما بينهما.

التمرين الثاني :

المستوي المركب منسوب إلى المعلم $(O;\vec{u};\vec{v})$ (وحدة الرسم $1cm$).

نعتبر النقط A_0 ، A_1 ، A_2 ذات اللواحق على الترتيب $Z_0 = 5-4i$ ، $Z_1 = -1-4i$ ، $Z_2 = -4-i$.

1) أ – برر وجود تشابه مباشر وحيد S يحول A_0 إلى A_1 و A_1 إلى A_2 .) ادكر المبرهنة (

ب _ بين أن العبارة المركبة للتشابه S هي $Z' = \frac{1-i}{2}Z + \frac{-3+i}{2}$. .

ج _ استنتج نسبة و زاوية و w لاحقة ω مركز التشابه S .

د _ لنعتبر النقطة M دات اللاحقة Z حيث $Z \neq W$ وصورتها M' بالتحويل S . دات اللاحقة Z'.

- تحقق من المساواة : $W - Z' = i(Z - Z')$. ثم استنتج طبيعة المثلث $\omega MM'$

2) من أجل كل n طبيعي نعرف النقطة A_{n+1} بـ : $A_{n+1} = S(A_n)$ و نضع : $U_n = A_nA_{n+1}$

أ _ علم النقط A_0 ، A_1 ، A_2 و انشئ هندسيا النقط A_3 ، A_4 ، A_5 ، A_6 .

ب _ بين أن المتتالية هندسية .

3) المتتالية (V_n) معرفة على بـ $V_n = U_0 + U_1 + ... + U_n$

أ _ عبر عن V_n بدلالة n .

ب _ هل المتتالية (V_n) متقاربة ؟

4) أ _ احسب بدلالة n نصف القطر r_n للدائرة المحيطة بالمثلث OA_nA_{n+1} .

ب _ عين اصغر عدد طبيعي P حيث من أجل كل عدد طبيعي n :

إدا كان $n \succ p$ فإن : $r_n \prec 10^{-2}$

تذكير : ABC مثلث متساوي الساقين و قائم في A ضلعه القائم طوله a و طول وتره $\sqrt{2}a$.

التمرين الثالث :

اختر الإجابة الصحيحة مع التعليل :

في هدا التمرين المتعدد الاختيار نهتم بمدة صلاحية غسالة (المقدرة بالسنوات) قبل أول عطب وهي تمثل متغير عشوائي يتبع قانونا أسيا حيث $p([0;t[)$ هو احتمال أن تتعطل الغسالة قبل اللحظة t .

علما أن $(\lambda \succ 0)$ $p([0;t[) = \int_0^t \lambda e^{-\lambda x} dx,$

1) من اجل $(t \geq 0)$ القيمة المضبوطة لـ $p([t;+\infty[)$ هي :

a) $1-e^{-\lambda t}$ b) $e^{-\lambda t}$ c) $1+e^{-\lambda t}$

2) قيمة t التي من أجلها يكون $p([0;t[) = p([t;+\infty[)$ هي :

a) $\frac{\ln 2}{\lambda}$ b) $\frac{\lambda}{\ln 2}$ c) $\frac{\lambda}{2}$

3) حسب دراسة إحصائية ، احتمال أن تتعطل هده الغسالة قبل نهاية السنة الأولى هو 0.18 ، قيمة λ المظبوطة هي :

a) $\frac{\ln 50}{41}$ b) $\frac{\ln 41}{50}$ c) $\frac{\ln(82)}{\ln(100)}$

التمرين الرابع :

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;I,J)$.

نعتبر الدالة f_n المعرفة على كما يلي :

$f_n(x) = \frac{e^x}{e^{nx}(1+e^x)}$. نرمز بـ (C_n) منحنيها البياني في المعلم $(O;I,J)$

الجزء الأول:

1. احسب نهاية f_0 عند $-\infty$ و عند $+\infty$.
2. حدد المستقيمات المقاربة .
3. بين ان النقطة $K(0;\frac{1}{2})$ مركز تناظر لـ (C_0).
4. ادرس تغيرات الدالة f_0 .
5. حدد معادلة المماس (T) للمنحنى (C_0) في النقطة K.
6. ادرس وضع (C_0) بالنسبة لـ (T) .
7. انشئ (C_0) و (T)

8 . بين أنه بكل عدد حقيقي x النقطتين $M(x, f_0(x))$ و $M'(x, f_1(x))$ متناضرتين بالمستقيم $(D) \therefore y = \frac{1}{2}$

انشـئ (C_1).

الجزء الثاني:

نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من اجل كل $n \in N$: $v_n = \int_0^1 f_n(x)dx$

1 _ بين أن : $v_0 = \ln\left(\frac{1+e}{2}\right)$

2 _ بين أن المتتالية (v_n) موجبة .

3 _ نضع : $k(x) = f_{n+1}(x) - f_n(x).$

أ _ بين أن : $k(x) = \frac{1-e^x}{e^{nx}(1+e^x)}.$ من أجل كل عدد حقيقي x .

ب _ ادرس اشارة $k(x)$ لكل x من المجال $[0,1]$

ج _ استنتج أن المتتالية (v_n) متناقصة .

4 _ أ بين ان : $n \geq 2 : v_{n-1} + v_n = \frac{1-e^{-(n-1)}}{n-1}$

ب _ أحسب v_2 .

5 _ ليكن (u_n) المتتالية المعرفة كمايلي : $n \geq 2 : u_n = \frac{v_{n-1} + v_n}{2}$

أ _ احسب $\lim_{n \to +\infty} u_n$

ب _ بين أن $n \geq 2 : 0 \leq_n v_n \leq u_n$

ج _ استنتج $\lim_{n \to +\infty} v_n$

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لشرق الجزائر

ثانوية المرجة –براقي– — السنة الدراسية :2009/2008

بكالوريا تجريبي في الرياضيات — الشعبة :لغات+ اداب وفلسفة — المدة :ساعتين و نصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول

نعتبر الدالة f **المعرفة على** $\mathbb{R}$ **بـ :** $f(x)=2x^3-3x^2+1.$

وليكن (C_f) **تمثيلها البياني في معلم** $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ **.**

1) أ - جـد نهايتي الدالة f **عنـد** $+\infty$ **و** $-\infty$ **.**

ب - أدرس اتجاه تغير الدالة f **وشكل جدول تغيراتها.**

2) ا - تحقق أنه من أجل عدد حقيقي x **:** $f(x)=(x-1)^2(2x+1)$ **.**

ب - عين نقط تقاطع (C_f) **مع محوري الإحداثيات.**

3) أكتب معادلة المماس (Δ) **للمنحنى** (C_f) **عند النقطة دات الفاصلة 1 .**

4) أرسم المنحني (C_f) **و المستقيم** (d) **في نفس المعلم .**

5) بإستعمال المنحنى البياني للدالة f **عين إشارة** $f(x)$

6) تحقق من نتيجة السؤال 5 – تحليليـا .

التمرين الثاني:

I. عين المجموعة L **مجموعة الـأعداد الصحيحة** x **بحيث** $x+4\equiv 2[7]$

II. 1 _ عين باقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n **على 11 من أجل كل واحدة من القسم 5,4,3,2,1,0 للعدد الطبيعي** n **2 _ استنتج حسب قيم العدد الطبيعي** n **باقي القسمة الإقليدية للعدد** 5^n **على 11 .**

3 _ ماهو باقي قسمة العدد $\left(5^{2009}-5^{1430}\right)$ **على 11 . مادا تستنتج ؟**

التمرين الثالث :

يحتوي كيس 3 كريات تحمل الرقم 10 و 3كريات تحمل الرقم 15 ، نسحب عشوائيا في أن واحد كريتين وليكن X العدد الدي يمثل مجموع الرقمين المحصل عليهما .

1 _ حدد مجموعة القيم الممكنة للعدد X.

2 _ عرف قانون الإحتمال لـ X

3 _ احسب الامل الرياضياتي .

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لشرق الجزائر

ثانوية المرجة –براقي– — السنة الدراسية :2009/2008

بكالوريا تجريبي في الرياضيات — الشعبة :لغات+ اداب وفلسفة — المدة :ساعتين و نصف

الموضوع الثاني

التمرين الأول :

لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0 = \alpha$ و بالعلاقة: $u_{n+1} = 2u_n + 3$

أ) نفرض $\alpha = -3$

اثبت أن المتتالية (u_n) ثابتة ثم أحسب، بدلالة n ، المجموع $S = u_0 + u_1 + \ldots\ldots + u_n$.

ب) نفرض $\alpha = 2$ و نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بالعلاقة: $v_n = u_n + 3$.

1. **أثبت أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.**
2. **أحسب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n.**
3. **أحسب، بدلالة n ، المجموع $S = u_0 + u_1 + \ldots\ldots + u_n$.**
4. **ما هو اتجاه تغير المتتالية (u_n) ؟**

التمرين الثاني :

كيس به 5 كرات بيضاء مرقمة من 1 الى 5 و 3 كرات حمراء مرقمة من 6 الى 8 و كرتين خضراوين تحملان الرقم 9 و 10 .
نسحب عشوائيا كرتين على التوالي و دون ارجاع

1 _ شكل شجرة الإحتمالات حسب شفعية الرقم (فردي I، زوجي p) .

2 _ شكل شجرة الإحتمالات حسب اللون .

3_ أحسب احتمال الحوادث التالية :

A " الكرتان تحملان رقمين فرديين "

B " الكرتان من نفس اللون "

C " الكرتان تحملان رقميين فرديين و من نفس اللون "

- هل الحادثتان A و B مستقلتان ؟

4- علما أننا سحبنا كرتين من لونين مختلفين . ما إحتمال أن يكون رقماهما فرديين ؟

التمرين الثالث :

لتكن الدالة f للمتغير الحقيقي x المعرفة بـ:

$$f(x) = \frac{2 - x}{x + 5}$$

اختر الجواب الصحيح من ضمن الأجوبة المقترحة مع التبرير

أ- الدالة f معرفة على $\mathbb{R} - \{5\}$.

ب- الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $]-\infty; 5[$ و $]5; +\infty[$.

جـ- إشارة مشتقة الدالة f ثابتة .

د- منحني الدالة f لا يقطع محور الفواصل.

هـ- منحني الدالة f هو قطع مكافئ.

و-مماس منحني الدالة f عند النقطة التي فاصلتها0 هي

$$y = -\frac{7}{25}x + \frac{2}{5} \quad .$$

انتهى و بالـتوفيـق