

أجب على أحد الموضوعين

الموضوع الأول

التمرين الأول (5 ن)

(1) أنشر $(4 + 4i)^2$

(2) نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة C المعادلة

$$z^3 - 2z^2 + 2(2 - 3i)z - 20 = 0$$

أ- أثبت أن العدد $z_0 = 2i$ حل لهذه المعادلة

ب- عين الحلين الآخرين z_1 و z_2 لهذه المعادلة

(3) في المستوي المركب P المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) نعتبر النقط $A; B; C$ التي لواحقها بهذا

الترتيب $z_0; z_1; z_2$

أ- عين المرجح G للنقط $A; B; C$ المرفقة على الترتيب بالمعاملات $-1, 1, 1$

ب- عين مجموعة النقط M من المستوي P التي تحقق: $36 = MA^2 + MB^2 + MC^2$

(4) هل يوجد عدد طبيعي n حيث: $[7] \equiv |z_0|^n + |z_1 z_2|^n \equiv 0$ ؟

التمرين الثاني (3 ن)

نعتبر المتتالية U المعرفة بإعطاء $u_0 = 1; u_1 = 2$ والعلاقة

$$u_{n+2} = \frac{3}{2}u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n : n \text{ من أجل كل عدد طبيعي}$$

لتكن V المتتالية المعرفة على \mathbb{N} كما يلي: $v_n = u_{n+1} - u_n$

(1) برهن أن V متتالية هندسية، أحسب الحد العام v_n بدلالة n

(2) استنتج عبارة الحد العام u_n بدلالة n

ما هي نهاية المتتالية U لما يؤول n إلى $+\infty$ ؟

(3) عين أصغر عدد طبيعي n_0 بحيث :

$$|u_n - 3| < 10^{-5} \text{ يكون } n_0 \text{ أكبر أو يساوي}$$

التمرين الثالث (8 ن)

لتكن الدالة f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = x - 1 + (x^2 + 2)e^{-x}$. نسمي (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و

متجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) (وحدة الرسم = 2cm)

الجزء أ. دراسة دالة مساعدة

لتكن g الدالة المعرفة على \mathbb{R} ب: $g(x) = 1 - (x^2 - 2x + 2)e^{-x}$

1- أدرس نهاية الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$

- 2- أحسب الدالة المشتقة g' و عين إشارتها ثم ضع جدول تغيرات الدالة g
- (3) برهن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد α في \mathbb{R} ثم علل أن $0,35 \leq \alpha \leq 0,36$
- (4) استنتج إشارة g على \mathbb{R}
- الجزء ب. دراسة الدالة f**
- (1) عين نهايات الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$
- (2) من أجل كل عدد حقيقي x أحسب $f'(x)$
- (3) استنتج باستعمال **الجزء أ** تغيرات f ثم ضع جدول تغيراتها
- (4) أ- برهن أن $f(\alpha) = \alpha(1 + 2e^{-\alpha})$
- ب- باستعمال حصر العدد α عين حصر لـ $f(\alpha)$ في مجال طوله 4×10^{-2}
- (5) برهن أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = x - 1$ مستقيم مقارب للمنحنى (C) في جوار $+\infty$
- حدد وضعية (C) بالنسبة لـ Δ
- (6) أعط معادلة المماس T للمنحنى (C) في النقطة التي فاصلتها 0
- (7) أرسم Δ ، T ثم (C)
- (8) أ- عين الأعداد الحقيقية a, b, c بحيث تكون الدالة P المعرفة على \mathbb{R} بـ $P(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$
- دالة أصلية للدالة $x \rightarrow (x^2 + 2)e^{-x}$
- ب- أحسب بدلالة α المساحة $A(\alpha)$ بـ cm^2 للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) ، المستقيم Δ و المستقيمين $x = 0$ و $x = -\alpha$
- ج) علل أن $A(\alpha) = 4e^{2\alpha} + 8e^{\alpha} - 16$

التمرين الرابع (4 ن)

- الفضاء (E) منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$
- نعتبر النقطتين $A(1; -1; 1)$ و $B(-1; 1; -1)$ و مجموعة النقط M من الفضاء (E) حيث $AM \cdot BM = 1$
- (1) أ- حدد معادلة ديكارتية للمجموعة (S_1)
- ب- بين أن (S_1) كرة مركزها O و نصف قطرها $R = 1$
- (2) نعتبر المستوي (P) الذي معادلته : $x + \sqrt{2}y + 3z - 4\sqrt{3} = 0$
- بين أن (P) مماس لـ (S_1) ثم حدد نقطة التماس
- (3) نعتبر المستقيم (Δ) المعروف بـ : $\Delta : \begin{cases} x + y + \sqrt{2}z - 4 = 0 \\ x - y = 0 \end{cases}$
- أ- أحسب المسافة $d(O; (\Delta))$ من O إلى (Δ)
- ب- حدد تقاطع (S_1) و (Δ)
- ج) حدد إحداثياتي H المسقط العمودي لـ A على (P)

بالتوفيق

انتهى