الموضوع الثاني تقني رياضي

التمرين الاول :

1- أ- عين الثنائيات $(x;y)$ من الأعداد الصحيحية حلول المعادلة (E) : $8x-5y=3$

ب- ليكن m عدد صحيح بحيث يوجد عددان صحيحان $(p;q)$ يحققان : $m=8p+1$ و $m=5q+1$

بين أن الثنائية $(p;q)$ حل للمعادلة (E) و إستنتج أن $m\equiv 9[40]$

جـ- عين أصغر عدد صحيح m أكبر من 200

2- ليكن n عدد طبيعي

أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي k لدينا $2^{3k}\equiv 1[7]$

ب- ما هي باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^{2009} على 7 .

3- ليكن a و b عددان طبيعيان كلاهما أصغر من 9 مع $a\neq 0$

نعتبر العدد N حيث : $N=a\times 10^3+b$

نذكر أن العدد N يكتب في النظام العشري : $N=\overline{a00b}_{(10)}$

نقترح تعيين الأعداد N التي تقبل القسمة على 7

أ- تحقق أن $10^3\equiv -1[7]$

ب- إستنتج كل الأعداد المطلوبة .

التمرين الثاني :

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

1- نعتبر (P) المستوي الذي معادلته : $x+y-1=0$ و (P') المستوي الذي معادلته : $y+z-2=0$

- **بين أن** (P) و (P') متقاطعين وفق المستقيم (D) الذي تمثيله الوسيطي : $t\in\mathbb{R}$ $\quad (D):\begin{cases}x=1-t\\ y=t\\ z=2-t\end{cases}$

2- أ - عين معادلة ديكارتية للمستوي (R) الذي يمر من النقطة O ويعامد المستقيم (D)

ت- بين أن النقطة I نقطة تقاطع (R) و المستقيم (D) إحداثياتها $(0;1;1)$

3- ليكن النقطتين A و B إحداثياتاهما على الترتيب هي $\left(-\frac{1}{2},0;\frac{1}{2}\right)$ و $(1;1;0)$

أ- تحقق أن النقطتين A و B تنتميان إلى (R)

ب- نسمي A' و B' نظيرتي النقطتين A و B بالنسبة للنقطة I

- تحقق أن الرباعي $ABA'B'$

جـ- تحقق أن النقطة $S(2;-1;3)$ تنتمي إلى (D)

د- أحسب حجم الهرم $SABA'B'$

من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n نضع الأعداد : $a_n = 4\times10^n - 1$ ، $b_n = 2\times10^n - 1$ ، $c_n = 2\times10^n + 1$

1- أ- أحسب a_1 ، b_1 ، c_1 ، a_2 ، b_2 ، c_2 ، a_3 ، b_3 ، c_3 .

ب – كم من الرقم في الكتابة العشرية للعددين a_n ، c_n .

- بين أن كل من a_n ، b_n يقبل القسمة على 3 .

جـ - بين انه من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $b_n \times c_n = a_{2n}$.

إستنتج تحليلا إلى جداء عاملين للعدد a_6 .

هـ - بين أن : $p\gcd(b_n, c_n) = p\gcd(c_n, 2)$ و إستنتج أن b_n و c_n أوليين فيما بينهما .

2- نعتبر المعادلة: I .... $b_3 x + c_3 y = 1$ للمجهولين الصحيحين x و y .

أ- بين أن I تقبل على الأقل حلا .

ب- باستعمال خوارزمية إقليدس اوجد حلا خاصا للمعادلة I .

جـ- حل المعادلة I .

التمرين الثاني :

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس و مباشر $(o;\vec{u};\vec{v})$.

1) أ- حل في ℂ المعادلة : $Z^2 - 2Z\sqrt{3} + 4 = 0$.

ب- نعتبر العددين : $Z_1 = \sqrt{3} + i$ ، $Z_2 = \sqrt{3} - i$ و لنكن M و N صورتاهما عل الترتيب

* عين الطويلة و العمدة لكل من Z_1 و Z_2 ثم مثل M و N .

جـ- عين اللاحقتين Z_p و Z_φ للنقطتين p و φ صورتي N و M على الترتيب بالإنسحاب الذي شعاعه $\vec{w} = -2\vec{u}$

ثم مثل p و φ .

بين أن $MNP\varphi$ مربع .

2) – لتكن R نظيرة النقطة p بالنسبة للنقطة O ، E صورة p بالدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{2}$ و S

صورة E بالتحاكي الذي مركزه O و نسبته $\sqrt{3}$

- مثل هذه النقط .

- أحسب : Z_R ، Z_E ، Z_S لواحق النقط R ، E ، S

- بين أن S تنتمي إلى $[MN]$.

3) أ- بين ان $\frac{Z_R - Z_p}{Z_S - Z_p} = e^{i\frac{\pi}{3}}$

ب – إستنتج طبيعة المثلث PRS .