إختبار الثلاثي الثالث(بكالوريا تجريبي)

القسم:السنة الثالثة تقني رياضي **رياضيات** **المدة : 4ساعات**

ملاحظة : أجب عن أحد الموضوعين فقط

الموضوع الأول

التمرين الأول :(4نقاط)

يحتوي كيس على 6 كريات بيضاء تحمل الأرقام :2،1،1،0،0،0 وكرتين سوداويين تحمل الأرقام : 1،0 (لانميز بينها باللمس) نسحب عشوائيا في آن واحد كرتين من الكيس.

1. احسب إحتمال كل من الأحداث التالية :
   1. A : للكرتين المسحوبتين نفس اللون
   2. B : للكرتين المسحوبتين نفس الرقم
   3. C : للكرتين المسحوبتين لونين مختلفين ورقمين مختلفين
   4. D : جداء الرقمين المسجلين على الكرتين معدوم
2. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يربط كل عملية سحب للكرتين مجموع الرقمين المسجلين عليهما
   - أوجد قانون الإحتمال للمتغير X
   - أحسب الأمل الرياضياتي والتباين والإنحراف المعياري للمتغير X
3. نعتبر المتغير العشوائي Y الذي يربط كل عملية سحب للكرتين المتوسط الحسابي للرقمين المسجلين عليهما
   - أحسب الأمل الرياضياتي والتباين والإنحراف المعياري للمتغير Y

التمرين الثاني: (4نقاط)

1. أ) ماهو باقي القسمة الإقليدية للعدد 6^{10} على 11، علل؟
   ب) ماهو باقي القسمة الإقليدية للعدد 6^4 على 5، علل؟
   جـ) إستنتج أن : $6^{40} \equiv 1[11]$ و ان : : $6^{40} \equiv 1[5]$
   د) بين أن $6^{40}-1$ يقبل القسمة على 55
2. x , y عددين صحيحين
   أ) بين أن المعادلة التالية ليس لها حلول: $65x - 40y = 1$: (E)
   ب) بين أن المعادلة التالية تقبل على الأقل حلا: $17x - 40y = 1$: (E')
   جـ) عين بإستعمال خوارزمية إقليدس حلا خاصا للمعادلة (E')
   د) حل النعادلة (E') وإستنتج وجود عدد طبيعي وحيد x_0 أصغر من 40 حيث : $17x_0 \equiv 1[40]$
3. من أجل كل عدد طبيعي a بين أنه إذا كان: $a^{17} \equiv b[55]$ و أنه إذا كان : $a^{40} \equiv 1[55]$ فإن : $b^{33} \equiv a[55]$

التمرين الثالث: (5نقاط)

I)نعتبر العددين الحقيقين I_n , J_n المعرفين كمايلي :

$$I_n = 1 + \cos\frac{\pi}{4} + \cos 2\frac{\pi}{4} + \cos 3\frac{\pi}{4} + \ldots\ldots\ldots + \cos n\frac{\pi}{4}$$

$$J_n = \sin\frac{\pi}{4} + \sin 2\frac{\pi}{4} + \sin 3\frac{\pi}{4} + \ldots\ldots\ldots + \sin n\frac{\pi}{4}$$

أثبت أن: $I_n + i\,J_n = \dfrac{e^{i(n+1)\frac{\pi}{4}} - 1}{e^{i\frac{\pi}{4}} - 1}$

II) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس(O , I , J)،ليكن التحويل النقطي F الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة Z النقطة M' ذات اللاحقة Z' حيث :

$$Z' = \frac{\sqrt{2}}{2}\, e^{i\frac{\pi}{4}}\, Z + 1$$

1. برهن أن F هي تشابه مباشر يطلب تعيين عناصره المميزة (المركز Ω، النسبة k ، الزاوية θ)
2. نضع A_0 النقطة O ومن أجل كل عدد طبيعي n نضع : $A_{n+1} = F(A_n)$
   - عين لواحق النقاط A_1 , A_2 , A_3 ثم عين في المعلم هذه النقاط
   - من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $U_n = A_n\,\Omega$

أ) برهن أن المتتالية (U_n)هي متتالية هندسية ثم بين أن : $U_n = \sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^n$

ب) عين طبيعة المثلث $A_0A_1\,\Omega$ثم إستنتج طبيعة المثلث : $A_nA_{n+1}\,\Omega$

التمرين الرابع(7نقاط)

ننسب المستوي إلى معلم متعامد ومتجانس (O , I , J)، نعتبرالدالة f العددية للمتغيرالحقيقي المعرفة على R كمايلي :

$$\begin{cases} f(x) = Ln(1-x^3) & : x < 0 \\ f(x) = 4x\sqrt{x} - 3x^2 & : x \geq 0 \end{cases}$$

ليكن (C) المنحني الممثل للدالة f

1. برهن أن f مستمرة و قابلة للإشتقاق عند : 0
2. أدرس تغيرات الدالة f والفروع الانهائية
3. برهن أن (C) يقبل نقطة إنعطاف من أجل $x < 0$ يطلب تعيين إحداثييها
4. عين نقاط تقاطع (C) مع (xx')
5. حل في R_+ المتراجحة : $f(x) - x > 0$
6. أنشئ المنحني (C)
7. نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة كمايلي من أجل كل عدد طبيعي n :

$$\frac{4}{9} U_0 = \text{ و } U_{n+1} = 4U_n\sqrt{U_n} - 3\left(U_n\right)^2$$

- برهن بالتراجع أن : $1 \leq Un \leq \frac{4}{9}$ (يمكن إستعمال f(x))
- برهن أن (U_n) متزايدة ، إستنتج أن (U_n) متقاربة ثم أحسب نهايتها

الموضوع الثاني

التمرين الأول :(4نقاط)

لدينا صندوقان U و V الصندوق U بحتوي على 4 كرات حمراء و4 كرات زرقاء
الصندوق V بحتوي على كراتين حمراوين و4 كرات زرقاء
نعتبر التجربة التالية : نسحب عشوائيا كرة من الصندوق U، إذا كانت حمراء نضعها في الصندوق V ثم نسحب عشوائيا كرة من الصندوق V، وإذا كانت زرقاء نضعها جانبا ثم نسحب عشوائيا كرة من الصندوق V ، نعتبر الأحداث التالية :

R_1 : الكرة المسحوبة من U حمراء
B_1 : الكرة المسحوبة من U زرقاء
R_2 : الكرة المسحوبة من V حمراء
B_2 : الكرة المسحوبة من V زرقاء

1. أحسب إحتمال R_1 وإحتمالB_1
2. أحسب إحتمال : B_2 علما أن R_1محقق ثم احسب إحتمال :B_2 علما أن B_1محقق
3. بين أن : $p(B_2)= \frac{13}{21}$
4. إستنتج $p(R_2)$

التمرين الثاني :(4نقاط)

1. حل في ZxZ المعادلة : $3x-2y=1$: (E)
2. ليكن nعددا طبيعيا غير معدوم.
   - بين أن الثنائية : $(21n+4, 14n+3)$ هي حل للمعادلة (E)
   - إستنتج أن العددين : $21n+4$, $14n+3$ أوليان فيما بينهما
3. ليكن d هو القاسم المشترك الأكبر للعددين : $21n+4$, $2n+1$
   - بين أن: $d=1$ أو $d=13$
   - بين أن : $d=13$ يعني أن : $n \equiv 6$ [13]
4. من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 2$نضع :
   $A=21n^2-17n-4$, $B=28n^3-8n^2-17n-3$
   - بين أن العددين A, B يقبلان القسمة على (n-1)في المجموعة Z
   - جد حسب قيم n القاسم المشترك الأكبر للعددين A , B

التمرين الثالث :(5نقاط)

ننسب الفضاء إلى معلم متعامد ومتجانس (o, i, j, k) ، ليكن المستوي (P) حيث $2x+y-2z+4=0$ معادلة له و لتكن النقاط : $A(3,2,6)$, $B(1,2,4)$, $C(4,-2,5)$

1. برهن أن النقاط A , B, C تعين مستويا هو المستوي (P)نفسه
2. أ) برهن أن المثلث ABC هو مثلث قائم

ب) أوجد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Λ) الذي يشمل O والعمودي على المستوي (P)

جـ) لتكن Kالمسقط العمودي لـ: O على المستوي (P). أحسب المسافة OK

3. نعتبر الجملة التالية من النقاط من الفضاء المرفقة بالمعمالات التالية :

S={(O,3), (A,1),(B,1),(C,1)} ، ليكن G مرجح الجملة S وليكن I مركز ثقل المثلث ABC

أ) بين أن G تنتمي إلى المستقيم (OI) ، أحسب بعد G عن المستوي (P)

ب) عين المجموعة (Γ) للنقط M حيث : ||3MO+MA+MB+MC ||=5

ت) عين النقاط المشتركة بين (Γ) و (P)

التمرين الرابع:(7نقاط)

ننسب المستوي إلى معلم متعامد (O , I , J)، نعتبر الدالة g العددية للمتغير الحقيقي

المعرفة على] -1 , + ∞ [كمايلي :$g(x)=\frac{x}{1+x}$ - Ln(1+x)

1. أدرس تغيرات g على المجال]+ , 0 ∞ [ثم ،ستنتج إشارة g(x)
2. نعتبر الدالة f العددية للمتغير الحقيقي المعرفة على R كمايلي: $f(x)= Ln(1+e^{-x})e^{x}$

ليكن (C) المنحني الممثل للدالة f (نأخذ || I ||=2cm || J ||=2)

أ) أدرس تغيرات f والفروع اللانهائية (عبر عن f ’(x) بدلالة $g(e^{x})$ ثم إستنتج إشارة f ’(x))

ب) أنشئ (C)

جـ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $\frac{1}{1+e^{x}}=1-\frac{e^{x}}{1+e^{x}}$

د) بإستعمال مكاملة بالتجزئة أثبت أن : $F(x)=\int_{0}^{x} f(t)dt$ =x - Ln(1+ e^{x}) - f(x)- 2Ln2

هـ)إستنتج مساحة الحيز المستوي المحدد بـ : (C) والمستقيمات التي معادلاتها x=0 , x=Ln4 , y=0

3. نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة كمايلي من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n :

$U_n= g(n) - \frac{n-1}{n}$

أ)عين إتجاه تغير المتتالية (U_n)

ب) أثبت أنه يمكن كتابة U_n كمايلي : $U_n= \frac{a}{n}+\frac{b}{n+1}-Ln(n+1)$

جـ) أحسب المجموع: $U_n = U_0+U_1+U_3+\ldots\ldots\ldots+U_n$

تمنياتي بالنجاح في البكالوريا

الأستاذ: نجاحي