التمرين الأول:(05ن)

نعتبر كثير حدود $P(z)$ حيث z عدد مركب المعرف بـ $P(z)=z^3-(7+i)z^2+(16+6i)z-10-10i$

1. بين أن $P(z)$ يقبل جذرين مترافقين يطلب تعيينهما
2. حلل $P(z)$ إلى جداء عوامل من الدرجة الأولى ثم استنتج حلول المعادلة $P(z)=0$
3. نعتبر النقط $A;B;C$ ، لواحقها $1+i$, $3+i$, $3-i$ على الترتيب ، نضع $L=\frac{z_C-z_B}{z_A-z_B}$
   أ. احسب طويلة وعمدة العدد المركب L وفسر النتائج هندسيا .
   ب. استنتج أنه يوجد دوران r يحول A إلى C ومركزه B . يطلب تعيين زاويته .
4. نعتبر متتالية النقط من المستوي المركب كما يأتي $A_0=A$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $A_{n+1}=r(A_n)$
   أ . أنشئ في المستوي المركب النقط A_0,A_1,A_2,A_3 , A_4
   ب. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $A_{n+4}=A_n$.
   ج. نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة كما يلي $u_0=A_0A_1$ و $u_n=A_nA_{n+1}$
   - بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n المتتالية (u_n) متتالية ثابتة .

التمرين الثاني:(04ن)

ليكن العدد الطبيعي n بحيث $n\geq 7$ ، و نعتبر العددين الطبيعيين $x=5n^2-33n-14$ و $y=n^2-8n+7$

1. أثبت أن كل من العددين x و y مضاعف للعدد $n-7$.
2. نضع $a=5n+2$ و $b=n-1$
   أ. أوجد علاقة بين العددين a,b مستقلة عن n
   ب. أثبت أن $p\gcd(a,b)$ ينتمي إلى قواسم 7
3. أوجد $p\gcd(x,y)$ حسب قيم العدد الطبيعي n
4. استنتج $p\gcd(x,y)$ في حالة $n=22$ و $n=23$
5. عين قيم n بحيث يكون $x-5y\equiv 0[3]$.

التمرين الثالث: (03 ن)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

نعتبر النقطة $A(2;-4;1)$ والمستقيم (Δ) حيث : $(\Delta):\begin{cases}x=1+t\\y=-1-2t\\z=-1+t\end{cases}$

1. عين معادلة المستوي (P) الذي يشمل النقطة A والمستقيم (Δ) .
2. عين إحداثيات النقطة C من (Δ) بحيث يكون $(AC)\perp(\Delta)$
3. تحقق أن النقطة $B(2;-3;0)$ نقطة من (Δ) ثم استنتج مساحة المثلث ABC
4. أحسب المسافة بين النقطة $D(0;0;2)$ والمستوي (P) ، ثم استنتج حجم رباعي الوجوه $ABCD$.
5. ادرس وضعية المستقيم (Δ) مع (AD)

التمرين الرابع: (08ن)

نعتبر الدالة f المعرفة على $I=]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=-x+1+\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ ، $\left(\left\|\vec{i}\right\|=2cm\ ,\left\|\vec{j}\right\|=1cm\right)$

الجزء الأول :

g هي الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=-\left[2\left(x\sqrt{x}-1\right)+\ln x\right]$

1. احسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ في الحالتين $0<x<1$ و $x>1$.
2. احسب نهايتي الدالة f عند 0 , $+\infty$ ، ثم استنتج المستقيمين المقاربين للمنحني (C_f) .
3. احسب $f'(x)$ واستنتج أن إشارتها من نفس إشارة الدالة g
4. استنتج اتجاه تغيرات الدالة f وشكل جدول تغيراتها .
5. أرسم (C_f) والمستقيمين المقاربين

الجزء الثاني :

1. باستعمال تكامل التجزئة عين دالة أصلية للدالة x a $\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$
2. احسب $S(\alpha)$ مساحة الحيز المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيمات التالية: $y=-x+1$, $x=1$, $x=\alpha$ بحيث $0<\alpha<1$
3. احسب نهاية $S(\alpha)$ لما يؤول α إلى الصفر ، أعط تفسيرا بيانيا لهذه النهاية .

الجزء الثالث :

(u_n) متتالية معرفة بحدها الأول u_0 حيث : $u_0\in[1;2]$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $u_{n+1}=\dfrac{\ln u_n}{\sqrt{u_n}}+1$

1. برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[1;2]$ لدينا : $0\le\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}\le 1$
2. برهن بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي n لدينا $u_n\in[1;2]$
3. بملاحظة أن من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $u_{n+1}=f(u_n)+u_n$ ، عين اتجاه تغير المتتالية (u_n)
4. برهن أن المتتالية (u_n) متقاربة ، نسمي العدد l نهايتها
5. احسب بدقة قيمة l .