وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية الجلفة **ثانوية محمد الصديق بن يحي**

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي التجريبي **دورة : افريل 2010**

الشعبة :العلــوم تجريبية

اختبار في مادة الرياضيات **المدة : 3 ساعات ونصف**

علىالمترشح أن يختار احد الموضوعيين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول:

المستوي المركب منسوب الى معلم متعامد ومتجانس$(O,\vec{i},\vec{j})$ i العدد المركب الذي طويلته 1 و$\frac{\pi}{2}$ عمدة له.

1- حل في مجموعة الأعداد المركبة Cالمعادلة : $Z^2 - 6Z + 18 = 0$

نسمي Z_1 الحل الذي جزؤه التخيلي موجب و Z_2 الحل الأخر.

2- D,C,B,A نقط في المستوي لواحقها على الترتيب : Z_1 , Z_2 , $Z_3 = \frac{9}{5} - \frac{3}{5}i$ و $Z_4 = -1 - i$

أ- عين طويلة وعمدة لكل من العددين : Z_1 , Z_2

ب- أكتب Z_1 , Z_2 على الشكل المثلثي واستنتج $(Z_1)^{2010}$, $(Z_2)^{2010}$.

ت- علم النقط D,C,B,A .

3- أ- ما طبيعة التحويل S الذي مركزه C ويحول النقطة A الى النقطة B، عين عناصره المميزة .

ب- نسمي E صورة النقطة D بالتحويل S أعط الشكل الجبري للعدد المركب Z_5 لاحقة النقطة E

ماذا تستنتج بالنسبة للنقط : E,B,A

التمرين الثاني :

نعتبر المتتالية العددية (u_n)المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية بمايلي :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + \frac{2}{3^{n+2}} \end{cases}$$

1- أحسب : u_1 و u_2 .

2- نعتبر المتتالية العددية (v_n)المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية بمايلي:

$$v_n = 3^n \quad u_n$$

أ- بين أن المتتالية العددية (v_n) متتالية حسابية .

ب- أكتب v_n بدلالة n ثم u_n بدلالة n وتحقق من أن u_n موجبة .

3- أ- بين بالتراجع أن : $2^n \geq 1 + 2n$ من اجل كل عدد طبيعي أكبر من أو يساوي 3.

ب - استنتج صحة المتباينة التالية : $0 < u_n \leq \left(\frac{2}{3}\right)^n$ من اجل كل عدد طبيعي أكبر من أو يساوي 3.

ج- أحسب: $\lim_{n\to\infty} u_n$ هل المتتالية u_n متقاربة ؟

التمرين الثالث : لكل سؤال من الأسئلة التالية جواب واحد صحيح ، عين الجواب الصحيح معللا اختيارك :

الفضاء مزود بمعلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعتبر النقط : $A(3,0,0)$, $B(0,6,0)$, $C(0,0,4)$, $D(-5,0,1)$

1- مركبات الشعاع : $\overrightarrow{AB}$ هي :

أ- $\overrightarrow{AB}(-3,6,0)$ ب- $\overrightarrow{AB}(3,-6,0)$ ج- $\overrightarrow{AB}(3,6,0)$

2- مركبات الشعاع : $\overrightarrow{AC}$ هي :

أ- $\overrightarrow{AC}(3,0,-4)$ ب- $\overrightarrow{AC}(-3,0,-4)$ ج- $\overrightarrow{AC}(-3,0,4)$

3- الشعاع : $\vec{N}(4,2,3)$ يحقق :

أ- $\begin{cases}\overrightarrow{AB}.\vec{N}=0\\ \vec{N}.\overrightarrow{BC}=0\end{cases}$ ب- $\begin{cases}\overrightarrow{AB}.\vec{N}=0\\ \vec{N}.\overrightarrow{AD}=0\end{cases}$ ج- $\begin{cases}\overrightarrow{AB}.\vec{N}=0\\ \vec{N}.\overrightarrow{AD}=0\end{cases}$

4- معادلة المستوي ABC هي :

أ- $4x+2y+3z+12=0$ ب- $-4x+2y-3z-12=0$ ج- $4x+2y+3z-12=0$

5- التمثيل الوسيطي للمستقيم الذي يشمل D و العمودي على المستوي ABC هو :

أ- $\begin{cases}x=5+4\alpha\\ y=2\alpha\\ z=-1+3\alpha\end{cases}$ ب- $\begin{cases}x=-5+4\alpha\\ y=2\alpha\\ z=+1+3\alpha\end{cases}$ ج- $\begin{cases}x=-3+2\alpha\\ y=4\alpha\\ z=+1+3\alpha\end{cases}$

6- احداثيات النقطة H المسقط العمودي للنقطة D على المستوي ABCهي :

أ- $H(-1,2,-4)$ ب- $H(-1,2,4)$ ج- $H(1,2,-4)$

7- بعد النقطة D عن المستوي ABCهو :

أ- 0 ب- 29 ج- $\sqrt{29}$

التمرين الرابع :

1- أ- أدرس اتجاه تغير الدالة g المعرفة على R ب $g(x)=e^x-x-1$:.

** ماهي القيمة الصغرى للدالة g على R

ب- استنتج أن : $e^x\geq x+1$ وبالتالي $e^x\geq x$.

2- f دالة معرفة كمايلي على R : $f(x)=x^2-2ln(e^x-x)$

أ - بين أن : $f(x)=x^2-2x-2ln(1-xe^x)$ ثم أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

ب- ادرس تغيرات الدالة f .

3- في معلم متعامد ومتجانس نعتبر القطع المكافئ(p) ذو المعادلة : $y=-2x+x^2$

والمنحنى (C_f)الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس$(O,\vec{i},\vec{j})$ الوحدة 3cm.

أ – بين أن : $f(x)-x^2+2x$ يؤول الى الصفر عند $+\infty$.

ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والقطع المكافئ (p) .

ج- ارسم في نفس المعلم المنحنى (C_f) والقطع المكافئ (p) .

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية الجلفة — ثانوية محمد الصديق بن يحي

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي التجريبي — دورة : مـاي 2010

الشعبة :العلـوم تجريبية

اختبار في مادة الرياضيات — المدة : 3 ساعات ونصف

على المترشح أن يختار احد الموضوعيين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول:

1) ليكن p كثير الحدود المعرف من أجل كل عدد مركب z كما يلي :

$$p(z)=z^3-7z^2+20z-24$$

أ- تحقق أن $p(3)=0$.

ب- عين العددين الحقيقيين α و β بحيث من أجل كل عدد مركب z :

$$p(z)=(z-3)\left(z^2+\alpha z+\beta\right)$$

جـ- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $p(z)=0$.

2) في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$، نعتبر النقط A ، B وَ C التي لواحقها $a=3$ ، $b=2+2i$ وَ $c=2-2i$ على الترتيب .

أ- علم النقط A ، B وَ C .

ب- عيّن الطويلة وعمدة لكل من العددين المركبين b و c .

جـ- أثبت أن المثلث OBC قائم ومتساوي الساقين .

3) نعتبر المجموعة (E) للنقط M ذات اللاحقة z بحيث : $|z-3|=\sqrt{5}$

أ- بيّن أن النقطتين B وَ C تنتميان إلى المجموعة (E) .

ب- عيّن الطبيعة والعناصر المميزة للمجموعة (E) وأنشئها في نفس المعلم السابق .

التمرين الثاني :

(u_n) المتتالية المعرفة بحدّها الأول $u_0=6$ ومن أجل كل عدد طبيعي n :

$$u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n+2$$

1 أ- برهن بالتراجع أنه ، من كل عدد طبيعي n ، $u_n>3$.

ب- بيّن أن المتتالية (u_n) هي متتالية متناقصة ، استنتج أنها متقاربة .

جـ- عيّن نهاية المتتالية (u_n) عندما يؤول n إلى $+\infty$.

2 نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n=\ln(u_n-3)$

أ- بيّن أن (v_n) متتالية حسابية أساسها $r=-\ln 3$

ب- عبّر عن v_n ثم u_n بدلالة n .

جـ- عيّن ، ثانية ، نهاية المتتالية (u_n) عندما يؤول n إلى $+\infty$.

التمرين الثالث

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j};\vec{k}\right)$ ، **تمثيلا وسيطيا لمستقيم** (D) و معادلة ديكارتية لمستو (P) :

$$(D):\begin{cases}x=1+2\lambda\\ y=2-\lambda\\ z=-3-\lambda\end{cases}\quad (\lambda\in\mathbb{R}) \quad \text{و} \quad (P): x+2y-3z-1=0 \,.$$

اختر الجواب الصحيح في كل سطر من الجدول التالي :

	الجواب (أ)	الجواب (ب)	الجواب (جـ)
السطر1	$A(-1;3;2)\in(D)$	$B(2;-1;-1)\in(D)$	$C(3;1;-4)\in(D)$
السطر2	$\vec{u}(1;2;3)$ هو شعاع توجيه لـ: (D)	$\vec{v}(-2;1;1)$ هو شعاع توجيه لـ: (D)	$\vec{w}(3;1;4)$ هو شعاع توجيه لـ: (D)
السطر3	(D)محتواة في (P)	(D)يوازي تماما (P)	(D)يثقب (P)
السطر4	$A'(1;3;-2)\in(P)$	$B'(1;3;2)\in(P)$	$C'(1;3;-1)\in(P)$
السطر5	المستوي (Q_1) الذي معادلته $x+2y-3z+1=0$ يعامد المستوي (P)	المستوي (Q_2) الذي معادلته $-4x+5y+2z+3=0$ يعامد المستوي (P)	المستوي (Q_3) الذي معادلته $-3x+2y-z-1=0$ يعامد المستوي (P)
السطر6	المسافة بين النقطة$M_1(-1;-3;2)$ و المستوي (P) هي $\sqrt{14}$	المسافة بين النقطة$M_1(-1;-3;2)$ و المستوي (P) هي14	المسافة بين النقطة$M_1(-1;-3;2)$ و المستوي (P) هي $2\sqrt{3}$

التمرين الرابع :

f الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على المجال I حيث: $I=]-\infty;-\ln 2[\cup]-\ln 2;+\infty[$

$$f(x)=3x+1+\frac{e^{-x}-1}{2-e^{-x}}$$

(C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ وحدة الطول $2cm$

1 – عين الأعداد الحقيقية a ; b ; c التي تحقق من اجل كل عدد حقيقي xمن I

$$f(x)=3x+\frac{a}{2-e^{-x}} \quad \text{و} \quad f(x)=3x+b+\frac{c\,e^{-x}}{2-e^{-x}}$$

2- بين انه من اجل كل عدد حقيقي xمن I : $f'(x)=\dfrac{\left(3e^{-x}-4\right)\left(e^{-x}-3\right)}{\left(2-e^{-x}\right)^2}$

3- ادرس تغيرات الدالة f وشكل جدول تغيراتها

4– احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-3x\right]$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(3x+\frac{1}{2})\right]$

- استنتج ان (C)يقبل مستقيمين مقاربين يطلب إعطاء معادلة لكل منهما

5 – حدد وضعية المنحني (C)بالنسبة للمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=3x+\dfrac{1}{2}$

6- أنشئ (Δ) و (C)

7 - نعتبر الدالة G المعرفة علي $]-\ln 2;+\infty[$ بـ : $G(x)=\ln\left(2-e^{-x}\right)$

– بين أن الدالة G هي دالة أصلية للدالة $x\to\dfrac{e^{-x}}{2-e^{-x}}$ على المجال $]-\ln 2;+\infty[$

- استنتج مجموعة الدوال الأصلية للدالة f علي $]-\ln 2;+\infty[$

الموضوع الثاني

التمرين الأول:

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}\right)$ ، (الوحدة هي $2cm$) .

i العدد المركب الذي طويلته 1 و $\frac{\pi}{2}$ عمدة له .

1 ـ حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 - 2z + 4 = 0$.

2 ـ نسمي A , B ، النقطتان اللتان لاحقتاهما $z_A = 1 + i\sqrt{3}$ ، $z_B = 1 - i\sqrt{3}$ ، على الترتيب .

أ ـ عين الطويلة وعمدة لكل من العددين z_A و z_B .

ب ـ أعط الشكل الأسي للعدد المركب z_A .

جـ ـ علم النقطتين A و B في المعلم $\left(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}\right)$.

3 ـ نسمي R التحويل النقطي المستوي المركب الذي يرفق بكل نقطة M والتي لاحقتها z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث : $z' = e^{i\frac{2\pi}{3}} z$.

أ ـ ما طبيعة التحويل R ، عين عناصره المميزة .

ب ـ نسمي C صورة النقطة A بالتحويل R . أعط الشكل الأسي للعدد المركب z_C لاحقة النقطة C ثم إستنتج الشكل الجبري لـ z_C .

جـ ـ علم النقطة z_C في المعلم السابق .

د ـ بين أن النقطة B هي صورة النقطة C بالتحويل R ، ماهي طبيعة المثلث ABC ؟

التمرين الثاني :

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k}\right)$ ، نعتبر النقط :
$A(4;0;0)$ ، $B(0;2;0)$ ، $C(0;0;3)$ و $E\left(\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{1}{9}\right)$.

1) أ- أثبت أن النقط A ، B و C تعيّن مستويا .

ب- ليكن $\overrightarrow{n}$ الشعاع الذي إحداثياته $(4;6;3)$.

- بيّن أن $\overrightarrow{n}$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC) .

جـ بيّن أن معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) هي : $3x + 6y + 4z - 12 = 0$.

د- استنتج المسافة بين النقطة E والمستوي (ABC) .

2) أ- بيّن أن المستقيم (D) الذي تمثيله الوسيطي : $(t \in \mathbb{R})$ $\begin{cases} x = t + 1 \\ y = 2t \\ z = \frac{4}{3}t + \frac{5}{9} \end{cases}$

عمودي على المستوي (ABC) ويمرّ بالنقطة E .

ب- عيّن إحداثيات النقطة H المسقط العمودي للنقطة E على المستوي (ABC) .

جـ استنتج المسافة بين النقطة E والمستوي (ABC) .

التمرين الثالث

(u_n) المتتالية المعرفة بحدها الأول u_0 ومن أجل كل عدد طبيعي n :

$$u_{n+1}=\frac{1}{4}u_n-\frac{3}{4}$$

1) احسب u_1 و u_2 .

2) أ- برهن بالتراجع أنه ، من كل عدد طبيعي n ، $u_n \geq -1$.

ب- بيّن أنه ، من كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}-u_n=-\frac{3}{4}(u_n+1)$.

جـ- بيّن أن المتتالية (u_n) هي متتالية متناقصة ، استنتج أنها متقاربة .

د- عيّن نهاية المتتالية (u_n) عندما يؤول n إلى $+\infty$.

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n=u_n+1$

أ- بيّن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{4}$.

ب- عبّر عن v_n ثم u_n بدلالة n .

جـ- عيّن ، ثانية ، نهاية المتتالية (u_n) عندما يؤول n إلى $+\infty$.

التمرين الرابع :

الجزء الأول :

لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=1-x^2-\ln x$.

1) ادرس تغيرات الدالة g على $]0;+\infty[$.

2) احسب $g(1)$ ثم استنتج ، حسب قيم x ، إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{\ln x}{x}-x+2$

نسمي (c) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول $2\,cm$) .

1) أ- احسب نهاية الدالة f عند 0 ، فسّر هندسيا هذه النتيجة .

ب- احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.

جـ- بيّن أن المستقيم (D) الذي معادلته $y=-x+2$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحني (c) عند .

د- ادرس الوضعية النسبية للمنحني (c) بالنسبة للمستقيم (D) .

2) أ- أثبت أنه ، من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$.

ب- استنتج اتجاه تغيّر الدالة f وشكل جدول تغيّراتها .

3) أ- عيّن إحداثيي النقطة A من (c) التي يكون المماس عندها موازيا للمستقيم (D)

ب- اكتب معادلة للمستقيم (T) ، مماس المنحني (c) عند النقطة ذات الفاصلة e .

(نذكر أن e هو العدد الذي يحقق $\ln e=1$)

4) أثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $]0;1[$.

5) ارسم المستقيمين (D) ، (T) و المنحني (c) .

من إعداد الأستاذ: ضيف محمد

من إعداد الأستاذ: ضيف محمد