

الموضوع الاول

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

التمرين الاول : (04 نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم و متعامد ومتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

النقطة $A(1, -1, 3)$ و ليكن (P) المستوى ذو المعادلة : $x - y + 3z = 0$

1. أ- تحقق من أن : $\begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 3t \end{cases} , t \in \mathbb{R}$ تمثيل وسيطي للمستقيم (OA) .

ب . حدد معادلة ديكرتية للمستوي (Q) العمودي على المستقيم (OA) في النقطة A

ج. تحقق من أن المستوى (P) يوازي المستوى (Q)

2. نعتبر سطح الكرة (S) المماس للمستوى (Q) في النقطة A و التي يقطعها المستوى (P)

وفق الدائرة (c) التي مركزها O و نصف قطرها $r = \sqrt{33}$

أ. بين ان $\omega(a, b, c)$ مركز سطح الكرة (S) ينتمي الى (OA) ثم استنتج ان $b = -a$ و $c = 3a$

ب. بين ان : $\omega A^2 - \omega O^2 = 33$ ثم استنتج ان $a - b + 3c = -11$

ج. استنتج احداثيات ω مركز سطح الكرة (S) ثم بين أن نصف قطرها $R = 2\sqrt{11}$

التمرين الثاني : (04.5 نقاط) :

ليكن $p(z)$ كثير حدود المعرفة من اجل كل عدد مركب z :

$$p(z) = z^3 - (3 + 2\sqrt{3})z^2 + (7 + 4\sqrt{3})z - (5 + 2\sqrt{3})$$

1- أ. احسب $p(1)$

ب. عَيّن العددين الحقيقيين a, b بحيث : $p(z) = (z - 1)(z^2 + az + b)$

ثم حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $p(z) = 0$

2- في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{u}, \vec{v})$ ، نعتبر النقط A, B و C

صور الاعداد المركبة : $z_A = 1, z_B = 1 + \sqrt{3} - i, z_C = \overline{z_B}$ على الترتيب .

أ. أكتب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ على الشكل الاسي ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

ب. نعتبر النقطة ω صورة العدد $1 + \frac{2\sqrt{3}}{3}$ ، بين أن ω مركز الدائرة (c) المحيطة بالمثلث ABC .

ج. حدد (E) مجموعة النقط $M(Z)$ من المستوى حيث : $\left| \frac{z_C - z}{z_B - z} \right| = 1$

د. أحسب $\cos \theta$ حيث $\theta = (\overrightarrow{\omega A}, \overrightarrow{\omega B})$

و. استنتج في المستوى المركب عبارة الدوران R الذي مركزه ω و يحول A الى B

هـ. عين (c') صورة (c) بالتحويل R

الصفحة 1 من 4

التمرين الثالث : (04 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على N كما يلي : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + n - 2$

- 1- أحسب u_3 ، u_2 ، u_1
 2- أ. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 4$: $u_n \geq 0$
 ب. استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 5$: $u_n \geq n - 3$
 ج. استنتج نهاية المتتالية (u_n)
 3- لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على N بـ : $v_n = -2u_n + 3n - \frac{21}{2}$

- أ • احسب v_1 ، v_0
 ب • بين أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها.
 ج • استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = \frac{25}{4} \left(\frac{1}{3}\right)^n + \frac{3}{2}n - \frac{21}{4}$
 د • بين أن المتتالية (u_n) متباعدة .

3 - احسب المجموع S_n بدلالة n : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

التمرين الرابع : (07.5 نقاط)

المستوى منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$

I- نعتبر الدالة g المعرفة على $]0, +\infty[$ بـ : $g(x) = 2 - x(1 + \ln 2 - \ln x)$

1. ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها .

2. استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$

II- نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بـ : $f(x) = 2 - x - x \ln x$ و $f(0) = 2$

وليكن (c_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$

1. أ- احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ، ثم استنتج أن f مستمرة عند 0 عن اليمين .

ب- احسب : $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - 2}{h}$ ، ماذا تستنتج ؟

2- أ. أحسب نهاية الدالة $f(x)$ عن $+\infty$.

ب. احسب $f'(x)$ مشتق الدالة f على المجال $]0, +\infty[$ ، ثم أدرس إشارته .

ج. استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3- أ. اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (c_f) عند النقطة التي فاصلتها 2 .

ب. استنتج الوضع النسبي للمنحنى (c_f) والمستقيم (Δ) .

4- انشئ (Δ) والمنحنى (c_f) .

5- نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بـ : $h(x) = x^2 \ln x$

أ. احسب $h'(x)$ مشتق الدالة h

ب. استنتج دالة أصلية على المجال $]0, +\infty[$ للدالة $x \rightarrow x \ln x + \frac{x}{2}$.

ج. α عدد حقيقي حيث $0 < \alpha < 1$. احسب المساحة للحيز المستوى المحدد بالمنحنى و المستقيمتان التي

معادلتها : $x = 1$ ، $x = \alpha$ ، $y = 0$

د. احسب $\lim_{\alpha \rightarrow 0} A(\alpha)$ ، أعط تفسيراً لهذه النتيجة .

الصفحة 2 من 4

الموضوع الثاني

التمرين الاول : (03.5 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم و متعامد ومتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقط :

$A(-1, 0, 3)$ ، $A(3, 0, 0)$ ، $C(7, 1, -3)$

و ليكن (S) مجموعة النقط $M(x, y, z)$ من الفضاء حيث : $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y - 15 = 0$

1. أ- بين أن النقط A ، B ، C تعين مستويًا .

ب . بين أن $\vec{n}(-1,0,3)$ شعاع ناظمي للمستوى (ABC)

جـ. استنتج معادلة ديكارتية للمستوى (ABC)

2. بين أن المجموعة (S) هي سطح كرة يطلب تعيين مركزها Ω و نصف قطرها .

3. حدد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة Ω ويعامد (ABC) .

4. بين ان المستقيم (Δ) يقطع سطح كرة (S) في نقطتين يطلب تعيين احداثيات كل منهما .

التمرين الثاني : (05 نقاط) :

في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B و C التي لاحقاتها

$$z_A = 2, \quad z_B = 1 + i\sqrt{3}, \quad z_C = \overline{z_B} \text{ على الترتيب .}$$

1- أ. أكتب z_B ، z_C على الشكل الاسي

ب. علم النقط A ، B ، C

2- عين طبيعة الرباعي $OBAC$

3- لتكن (D) مجموعة النقط $M(Z)$ من المستوى حيث : $|z| = |z - 2|$ عين و ارسم المجموعة (D)

II- تحويل نقطي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z حيث $z \neq z_A$ ، النقطة M' ذات اللاحقة z'

$$\text{حيث : } z' = \frac{-4}{z-2}$$

1. أ- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z' = z$

ب- استنتج صورتى النقطتين B ، C بواسطة التحويل f .

ج- لتكن G مركز ثقل المثلث OAB . عين لاحقة النقطة G' صورة النقطة G بواسطة التحويل f

$$2. \text{ أثبت أن : } |z' - 2| = \frac{2|z|}{|z-2|}$$

3. بين أنه عندما تمسح النقطة M المجموعة (D) ، فان النقطة M' تمسح دائرة (T) يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها ، ارسم الدائرة (T) .

التمرين الثالث : (03.5 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على N كما يلي: $u_0 = 0$ و $u_{n+1} = \frac{1}{2 - u_n}$

1- أ. أحسب u_1 ، u_2 ، u_3 (أكتب النتائج على شكل كسر غير قابل للاختزال)

ب. بين بالتراجع انه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = \frac{n}{n+1}$

2- لتكن المتتالية (v_n) المعرفة N^* بـ : $v_n = \ln\left(\frac{n}{n+1}\right)$

الصفحة 3 من 4

أ • أثبت أن : $v_1 + v_2 + v_3 = -\ln 4$

ب • بين انه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $v_{n+1} - v_n = \ln\left(1 + \frac{1}{n^2 + 2n}\right)$

ج • استنتج اتجاه تغير المتتالية (v_n) .

3 - احسب المجموع S_n بدلالة n : $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$ ، ثم عين نهاية S_n

التمرين الرابع : (08 نقاط)

المستوى منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$

I- نعتبر الدالة g المعرفة على R بـ : $g(x) = 1 + 4xe^{2x}$

1. بين أنه من اجل كل x من R : $g'(x) = 4(2x+1)e^{2x}$

2. بين ان العدد $g\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 - \frac{2}{e}$ هو قيمة حدية صغرى للدالة g

3. استنتج حسب قيم x من R : $g(x) > 0$

II- نعتبر الدالة f المعرفة على R بـ : $f(x) = (2x - 1)e^{2x} + x + 1$

وليكن (c_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ و $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$

1. أ- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب- بين أن : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

2- أ. بين أنه من أجل كل x من R : $f'(x) = g(x)$

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3-أ. بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x + 1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (c_f) بجوار $-\infty$

ب. أدرس الوضع النسبي للمنحنى (c_f) والمستقيم (Δ) .

4-أ. اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (c_f) عند النقطة التي فاصلتها 0 .

ب. بين أن المنحنى (c_f) يقبل نقطة انعطاف فاصلتها $-\frac{1}{2}$.

ج. انشئ (T) و (Δ) والمنحنى (c_f) .

5- أ. باستعمال المكاملة بالتجزئة ، اثبت أن : $\int_0^{\frac{1}{2}} (2x - 1)e^{2x} dx = 1 - \frac{e}{2}$

ب. لتكن A المساحة (بالسنتيمتر المربع) للحيز المستوى المحدد بالمنحنى (c_f) والمستقيم (T) والمستقيمين

الذين معادلتهما $x = \frac{1}{2}$ ، $x = 0$ ،

- بين أن : $A = (6 - 2e)cm^2$

التركيز + الدقة + الثقة في النفس = النجاح

أسرة الرياضيات تتمنى لكم التوفيق و النجاح في شهادة البكالوريا 2011

الصفحة 4 من 4

التمرين الرابع : (7نقط)

$(O, \vec{i}, \vec{j})$ معلم متعامد ومتجانس للمستوي ، نأخذ 1cm كوحدة

الجزء الأول :

نعتبر الدالتين f و g معرفتين على المجال $]0, +\infty[$ كما يلي :

$$g(x) = x^2 - 1 + \ln x \quad \text{و} \quad f(x) = \frac{1}{2}x - 3 - \frac{\ln x}{2x}$$

1 احسب $g(1)$ ، واحسب النهايتين $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

2 ادرس اتجاه تغير الدالة g ، وأنشئ جدول تغيراتها

3 استنتج إشارة $g(x)$

الجزء الثاني :

1 احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ، أعط تفسيراً بيانياً لذلك

2 اثبت إن المنحنى (C_f) يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً (Δ) ، حدّد معادلته ، وادرس وضعهما النسبي

(3) بيّن أن : $f'(x) = \frac{g(x)}{2x^2}$ واستنتج جدول تغيرات f

(4) أحسب $f''(x)$ أي (المشتقة الثانية) وتأكد من أن $f''(e^{\frac{3}{2}}) = 0$ بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف

(5) مساعدة : اعتبر أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين هما : 6.3... و 0.25..... أنشئ المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .

(6) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) الذي يوازي (Δ) وأرسمه

استنتج بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي k وجود وعدد حلول المعادلة : $-3 - \frac{\ln x}{2x} = k$

(7) احسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمت $x=1$ ، $x=e$ ، (Δ) .