الموضوع الثاني

التمرين الأول: (03 ن)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$

نعتبر النقط $A(1;1;-3)$ ، $B(-1;-1;1)$ ، $C(2;-2;-1)$ ، $D(1;1;0)$

1. بين النقط A، B، C تعين مستوي (P).
2. تحقق أن $\vec{n}(1;1;1)$ شعاع ناظمي للمستوي (P) استنتج معادلة ديكارتية له .
3. نعتبر المستوي $(q): -5x+y+4z+16=0$
   أ. تحقق أن المستويين (P) و (q) متعامدين.
   ب. بين أن المستقيم (AC) هو تقاطع المستويين (P) و (q).
   ج. أحسب المسافة بين النقطة D والمستوي (P)، ثم بين النقطة D والمستوي (q)
4. استنتج المسافة بين النقطة D والمستقيم (AC).

التمرين الثاني :(04ن)

I. نعتبر كثير حدود $P(z)$ حيث z عدد مركب ، $P(z)=z^3-2(3+i)z^2+2(5+6i)z-20i$

1. حل في £ المعادلة التالية: $z^2-6z+10=0$
2. تحقق $(z^2-6z+10)$ ثم استنتج جذور $P(z)$. $P(z)=(z-2i)(z^2-6z+10)$

II. نعتبر النقط A، B، C لواحقها $z_A=3+i$ ، $z_B=3-i$ ، $z_C=2i$ على الترتيب،
Ω نقطة من حامل محور الفواصل ، r دوران مركزه Ω ويحول A إلى C .

1. عيّن مركز و زاوية الدوران r .
2. عين لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالدوران الذي مركزه I ذات اللاحقة $z_I=1$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$.
3. نعتبر النقطة E ذات اللاحقة $z_E=-1-i$. والعدد المركب $L=\frac{z_E-z_B}{z_A-z_B}$.
   أ. أكتب العدد المركب L علي الشكل الجبري ثم استنتج طبيعة المثلث AEB.
   ب. استنتج أن النقاط A، B، C ، E تنتمي إلي نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

التمرين الثالث :(04ن)

I. نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية N كما يلي:

$u_0=1$ و من أجل كل $n\in N$ فإن: $u_{n+1}=\frac{1}{4}u_n+2n-1$

1. أحسب u_1، u_2
2. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $p\geq 2$ فإن: $u_p\geq 0$.
3. استنتج انه من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 3$ فإن: $u_n\geq 2n-3$. (إرشاد:ضع $p=n-1$.)
4. استنتج : $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$.

II. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية ¥ كما يلي: $v_n=3u_n-8n+\frac{44}{3}$

1. بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=\frac{1}{4}$.

2. عبر عن v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .

3. تحقق من أنه :من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ فإن: $u_n = w_n + t_n$

حيث (w_n) هندسية و (t_n) حسابية يطلب تحديد الأساس والحد الأول لكل منهما.

4. أحسب بدلالة n المجموعين : $S_1 = w_0 + w_1 + ... + w_n$ ، $S_2 = t_0 + t_1 + ... + t_n$

ثم استنتج بدلالة n المجموع $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$

التمرين الرابع :(09ن)

الجزء 1:

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]-\infty;2]$ كما يلي : $g(x) = x + 1 + e^x$

1. أحسب نهاية الدالة g عند $-\infty$

2. ادرس اتجاه تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتها على $]-\infty;2]$.

3. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد α حيث: $-1,28 < \alpha < -1,27$

4. استنتج إشارة $g(x)$ على $]-\infty;2]$.

الجزء2 :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]-\infty;0[\cup]0;2]$ كما يلي : $f(x) = x - 1 + \dfrac{1+e^x}{x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1. عين نهاية الدالة f بجوار 0 و $-\infty$.

2. بين أن $f'(x) = \dfrac{(x-1)g(x)}{x^2}$ ثم استنتج إشارة $f'(x)$ على $]-\infty;0[\cup]0;2]$

3. استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول التغيرات .

4. أحسب $\lim\limits_{x \to -\infty}[f(x) - (x-1)]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

5. بين أن $f(\alpha) = \alpha - 2$ ثم استنتج حصر للعدد $f(\alpha)$.

6. ارسم (C_f) و المستقيمات المقاربة ($\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1cm$)

7. ناقش بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة $x^2 - (1+m)x + 1 + e^x = 0$

الجزء 3 :

لتكن h الدالة المعرفة على المجال $]-\infty;0[$ كما يلي : $h(x) = f\left(\dfrac{1}{x}\right)$

1. بين أن $f'\left(\dfrac{1}{x}\right) > 0$ على المجال $\left]0;\dfrac{1}{\alpha}\right[$ و $f'\left(\dfrac{1}{x}\right) < 0$ على المجال $\left]-\infty;\dfrac{1}{\alpha}\right[$.

2. باستعمال مشتقة دالة مركبة أحسب $h'(x)$ بدلالة $f'(x)$.

3. أحسب $h'\left(\dfrac{1}{\alpha}\right)$ ثم استنتج إشارة $h'(x)$ على المجال $]-\infty;0[$ و شكل جدول تغيراتها .

انتـــــــهى