

التمرين الأول (5 نقاط): (I) نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة ذات المجهول z التالية: $z^4 - 4z^3 + 6z^2 - 4z + 5 = 0 \dots\dots (*)$

1. بين أنه إذا كان z_0 حلا للمعادلة $(*)$ فإن $\bar{z}_0$ هو كذلك حلا للمعادلة $(*)$
2. تحقق أن المعادلة $(*)$ تصبح من الشكل: $(z^2 + 1)(z^2 - 4z + 5) = 0$ ، ثم حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $(*)$

(II) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

لتكن النقط A, B, C, D صور الأعداد: $z_1 = i$ ، $z_2 = -i$ ، $z_3 = 2 - i$ ، $z_4 = 2 + i$ على الترتيب

1. عين لاحقة Ω مركز ثقل الرباعي $DCBA$

2. عين مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $\|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD}\| = 4$

3. ماهي طبيعة المثلث ABC

التمرين الثاني (5 نقاط): (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بالشكل:

$$\begin{cases} u_{n+1} = 1 + \sqrt{u_n - 1} \\ u_0 = \frac{3}{2} \end{cases}$$

1. أ) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 < u_n < 2$

ب) بين أن (u_n) متزايدة ، ماذا تستنتج

2. نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \ln(u_n - 1)$

* برهن أن (v_n) متتالية هندسية ، عين أساسها q وحدها الأول v_0

* عبر عن v_n و u_n بدلالة n ثم أحسب $\lim u_n$

التمرين الثالث (5 نقاط): الفضاء مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، t وسيط حقيقي

نعتبر المستويين (p_1) و (p_2) حيث: $(p_1): x - 2y + z - 1 = 0$ و $(p_2): x + y - 3z = 0$

1/ أثبت أن المستويين (p_1) و (p_2) يتقاطعان

2/ نسمي (Δ) المستقيم تقاطع المستويين (p_1) و (p_2) ، أثبت أن Δ لمستقيم (Δ) هو مجموعة النقط $M\left(\frac{5}{3}t + \frac{1}{3}, \frac{4}{3}t - \frac{1}{3}, t\right)$

3/ لتكن A نقطة من الفضاء حيث $A(1, -1, 0)$ أحسب المسافة بين النقطة A وكلا من المستويين (p_1) و (p_2)

4 / عين تمثيل وسيطي للمستقيم (D) المار من النقطة A والموازي لكل من (p_1) و (p_2)

5/ أكتب معادلة ديكراتية للمستوي (R) المار من النقطة A والعمودي على كل من (p_1) و (p_2)

التمرين الرابع (5 نقاط): (I) نعتبر الدالة العددية h للمتغير الحقيقي x المعرفة على $+\infty[$ ، 0] بـ: $h(x) = \ln x - \frac{e}{x}$

(1) أدرس تغيرات الدالة h

(2) أحسب $h(e)$ ثم إستنتج إشارة $h(x)$ حسب قيم x

(II) f دالة عددية معرفة على $+\infty[$ ، 0] بـ: $f(x) = (x - e)(\ln x - 1)$ ، و (C_f) تمثلها البياني في المستوي المنسوب

إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1/ أدرس تغيرات الدالة f

2/ أدرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ) ذو المعادلة: $y = -x + e$

3/ أرسم (Δ) و (C_f)

** حظ سعيد **