المدة: 3سا **امتحان الفصل الثالث (رياضيات)** المستوى: 3 ع ت

الموضوع الأول

التمرين الأول: (03 ن)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$

نعتبر النقطة $A\left(2;-4;1\right)$ والمستقيم (Δ) حيث : $(\Delta):\begin{cases} x=2+t \\ y=-3-2t \\ z=t \end{cases}$

1. عين معادلة المستوي (P) الذي يشمل النقطة A والمستقيم (Δ) .
2. عين إحداثيات النقطة C من (Δ) بحيث يكون $(AC)\perp(\Delta)$
3. تحقق أن النقطة $B\left(2;-3;0\right)$ نقطة من (Δ) ثم استنتج مساحة المثلث ABC
4. أحسب المسافة بين النقطة $D\left(0;0;2\right)$ والمستوي (P) ، ثم استنتج حجم رباعي الوجوه $ABCD$.
5. استنتج وضعية المستقيم (Δ) مع (AD)

التمرين الثاني :(03ن)

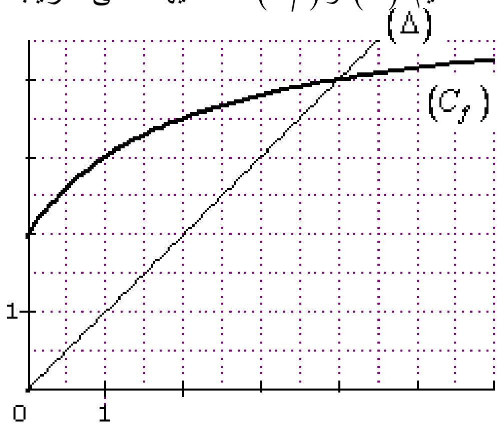
نعتبر كثير حدود $P(z)$ حيث Z عدد مركب ، $P(z)=z^2-2z+2$

1. بين أنه إذا كان $P(\alpha)=0$ فأن $P\left(\overline{\alpha}\right)=0$.
2. أحسب $P(1+i)$
3. استنتج جذور $P(z)$
4. نعتبر النقط A, B, C لواحقها $1+i$, $1-i$, $2i$ على الترتيب ونعتبر العدد المركب L حيث
$$L=\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$$
أ. عين طويلة وعمدة L وفسر النتائج هندسيا
ب. استنتج زاوية ونسبة التشابه S الذي يحول B إلى C ومركزه A

التمرين الثالث :(05ن)

I- في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس مثلنا المستقيم (Δ) و (C_f) معادلتيهما على الترتيب :

$y=x$ و $y=\dfrac{5x+4}{x+2}$ على المجال $[0;+\infty[$



أ) انقل الشكل ثم مثل على محور الفواصل الحدود التالية : $u_2;u_1;u_0$ ، دون حسابها مبرزا خطوط الرسم .

ب) عين إحداثيي نقطة تقاطع المستقيمين (Δ) و (C_f) .

ج) أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها .

II- (u_n) المتتالية المعرفة بـ $u_0=0$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $u_{n+1}=\frac{5u_n+4}{u_n+2}$

1. احسب u_1 و u_2 .
2. أثبت بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم $u_n>0$
3. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n أن $(u_{n+1}-4)$ له نفس إشارة (u_n-4) ثم استنتج أن : $u_n<4$
4. أدرس إشارة $(u_{n+1}-u_n)$ وبرهن أن المتتالية (u_n) متزايدة .

III- (v_n) المتتالية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n=\frac{u_n-4}{u_n+1}$

1. عبر عن v_{n+1} بدلالة v_n ، ثم عبر عن v_n بدلالة n .
2. احسب $\lim_{n\to+\infty} v_n$ ، ثم استنتج نهاية المتتالية (u_n) .

التمرين الثالث :(09ن)

الجزء 1:

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=2x^2-\ln x$

1. ادرس اتجاه تغيرات الدالة g .
2. استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

الجزء2 :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=2x-1+\frac{1+\ln x}{x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1. عين نهاية الدالة f بجوار 0 و $+\infty$.
2. ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول التغيرات .
3. أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=2x-1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.
4. تحقق أن المستقيم (Δ) يقطع المنحنى (C_f) في نقطة A يطلب تعيين إحداثيتيها .
5. حدد وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) في المجال $]0;+\infty[$.
6. أثبت أنه توجد نقطة وحيدة B للمنحنى (C_f) يكون المماس (T) عندها موازي للمستقيم (Δ) يطلب كتابة معادلة (T)
7. برهن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0,39<\alpha<0,40$.
8. ارسم (C_f) و (Δ) و (T) $(\|\vec{i}\|=2cm\ ;\|\vec{j}\|=1cm)$
9. ناقش بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة $(m+1)x-1-\ln x=0$

الجزء3 :

نعتبر الدالة العددية h المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $h(x)=\frac{1}{x}(1+\ln x)$

1. عين دالة أصلية للدالة h التي تنعدم عند 1 .
2. استنتج مساحة الحيز المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيمات (Δ) ، $x=e^{-1}$ ، $x=e$

انتــــــــــهى