

الأمتحان التجريبي في مادة الرياضيات
الموضوع الأول

التمرين الأول (4نقط)

نعتبر المتالتين الحقيقيتين (a_n) و (b_n) المعرفتين كالآتي: $a_0 = 3; b_0 = 1$
 و من أجل كل عدد طبيعي n

$$a_{n+1} = \frac{2}{3}a_n + \frac{1}{3}b_n + 1 \text{ و } b_{n+1} = \frac{1}{3}a_n + \frac{2}{3}b_n + 1$$

1- لتكن (U_n) المتتالية العددية المعرفة كالآتي على N بـ: $U_n = a_n - b_n$

أ- بين أن (U_n) هندسية أساسها $\frac{1}{3}$

ب- أكتب الحد العام U_n بدلالة n ثم استنتج نهاية (U_n)

2- لتكن المتتالية (V_n) المعرفة بـ $V_n = \frac{a_n + b_n}{n}$

أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم فإن: $V_n \geq 2$

ب- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $V_{n+1} = \frac{2 - V_n}{n+1} + V_n$ ثم استنتج رتبة (V_n)

ج- أستنتج أن (V_n) متقاربة نحو عدد حقيقي | موجب تماما

3- احسب كل من a_n و b_n بدلالة U_n و V_n ثم احسب نهايتي (a_n) و (b_n)

التمرين الثاني (4نقط)

يريد فوج من التلاميذ مكون من 10 ذكور و 6 اناث تشكيل لجنة من 4 أعضاء لتمثيله (كل تلميذ له نفس الحظ ان يقع عليه الاختيار)

1- ماهو عدد الجان التي يمكن تشكيلها

2 احسب احتمال الحادثتين الاتيتين E « الاعضاء من نفس الجنس »

F « الاعضاء من جنسين مختلفين »

3- ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الاناث في اللجنة

حدد قانون الاحتمال لـ X واحسب أمله الرياضياتي

التمرين الثالث (5نقط)

الفضاء منسوب الى معلم متجانس (o, i, j, k) وسطح الكرة (S) ذو المعادلة :

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z = 3 \text{ و المستوي (P) ذو المعادلة : } x + 2y + 2z + 2 = 0$$

1- أوجد المركز Ω ونصف القطر R للكرة

- 2- بين أن المستوي (P) مماس للكرة
 3- أوجد معادلة للميتوي (Q) المماس للكرة في النقطة $B(3,2,0)$
 4- بين أن المستويان (P) و (Q) متعامدان
 5- ليكن المستقيم (D) المار من النقطة $C(1,1,1)$ والموازي للمستويين (P) و (Q)
 أ- حدد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D)
 ب- بين أن (D) يقطع (S) في نقطتين متمايزتين لا يطاب تعيينهما

التمرين الرابع (5 نقط)

- f دالة عددية معرفة على $]0, +\infty[$ كالآتي : $f(x) = e \ln(x) - x$ و (ζ) منحناها البياني
 في المستوي المنسوب الى معلم متعامد متجانس (O, i, j)
 1- أدرس تغيرات الدالة f
 2- تحقق أن (ζ) يقبل المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x$ كاتجاه مقرب بجوار $+\infty$
 3- حدد نقطة تقاطع (ζ) و (Δ) وأدرس وضعهما النسبي
 4- انشئ (ζ)
 5- احسب المساحة A المحددة بالمنحني (ζ) و المستقيم (Δ) والمستقيم ذو المعادلة $x = e$

التمرين الخامس (2 نقط)

- 1 - z عدد مركب طويلته 1 وعمدته θ بين أن : $\sin \theta = \frac{e^{\theta} - e^{-\theta}}{2i}$ و $\cos \theta = \frac{e^{\theta} + e^{-\theta}}{2}$
 2- اكتب $\sin^4 \theta$ و $\cos^4 \theta$ على الشكل الخطي
 3- عين دالة أصلية للدالة h حيث : $h(\theta) = \sin^4 \theta + \cos^4 \theta$ والتي تنعدم من اجل القيمة π

بالتوفيق للجميع

الموضوع الثاني

التمرين الاول (3 نقط)

نعتبر المعادلة التفاضلية: (1)..... $y'' + y = x^2 - x + 4$ حيث y دالة مجهولة

نضع : $y = u + ax^2 + bx + c$ حيث u دالة مجهولة و c, b, a اعداد حقيقية ثابتة
 أ- عين قيم الاعداد c, b, a التي تكون من أجلها y حل للمعادلة (1) و u حل للمعادلة
 التفاضلية (2)..... $u'' + u = 0$

ب- عين الحلول العامة للمعادلة (2) ثم أستنتج كل حلول المعادلة (1)

التمرين الثاني (4 نقط)

نضع من أجل كل عدد مركب z : $p(z) = z^3 - 3z^2 + 3z + 7$
 أ- أحسب $p(-1)$

ب- بين انه من أجل كل عدد مركب z ان $p(z) = (z+1)(z^2 + az + b)$ حيث a, b عدنان حقيقيان
 ج- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $p(z) = 0$

2- المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(o, \vec{u}, \vec{v})$
 نعتبر النقاط : $A; B; C; G$ ذات اللواحق $-1; 2 + i\sqrt{3}; 2 - i\sqrt{3}; 3$
 أ- نسيئ النقاط $A; B; C; G$ وماهي طبيعة المثلث ABC

ب- احسب $\arg \frac{z_A - z_C}{z_G - z_C}$ واستنتج طبيعة المثلث GAC

3- بين أن G مرجح الجملة $\{(A, -1); (B, 2); (C, 2)\}$ ثم أنشء مجموعة النقط M من المستوي
 حيث : $(-\vec{MA} + 2\vec{MB} + 2\vec{MC}) \cdot \vec{CG} = -4$

4- عين نسبة وزاوية التشابه المباشر S الذي مركزه C ويحول G إلى A

التمرين الثالث (7 نقط)

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{C}$ ، كالأتي : $f(x) = \ln(1 + e^x)$ وليكن $\mathcal{T}$ منحناها الممثل في
 المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(o, \vec{u}, \vec{v})$

1- ادرس تغيرات الدال f

2- بين أن $f(x)$ تكتب على الشكل $f(x) = -x + \ln(1 + e^x)$ واستنتج أن $\mathcal{T}$ يقبل مقارب (Δ)

3- اكتب معادلة المماس (D) عند النقطة ذات الفاصلة 0

4- أنشئ (D) و (Δ) و τ

5- ليكن x_0 عدد حقيقي غير معدوم . نرسم M و N الى النقطتين ذات الفاصلتين x_0 و $-x_0$ -

عل الترتيب - تحقق أن : $f(x_0) - f(-x_0) = -x_0$
احسب معامل توجيه المستقيم (MN) ماذا تستنتج

التمرين الرابع (6نقط)

يحتوي وعاء U_1 على ثلاث كرات بيضاء و كرتان سوداوين ويحتوي وعاء U_2 على ثلاث كرات سوداء وكرتين بيضاوين علما ان كل الكرات لا نفرق بينها عند المس
نسحب كرتان في ان واحد من كل منهما فنحصل على أربع كرات
1- لتكن E الحادثة # من بين الكرات المسحوبة كرتان بيضاء فقط #
بين أن احتمال E هو : $P(E) = 0.46$

2- ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكرات البيضاء المحصل عليها
أ- حدد قانون الاحتمال X

ب- اللاعب يدفع 2.5 دج قبل اجراء السحب ويكسب 1 دج لكل كرة بيضاء مسحوبة . هل اللعبة مربحة
3- ماهو احتمال الحصول على كرة واحدة بيضاء فقط من الوعاء U_2 علما أنه حصل على كرتين بيضاوين

بالتوفيق