

التمرين الأول: (05 ن)

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; i; j; k)$.

$$1. \text{ أ. حل في المجموعة } C \text{ المعادلة } : \frac{z-2}{z-1} = z$$

ب. أحسب طولية وعمدة كل حل .

$$2. \text{ حل في المجموعة } C \text{ المعادلة } : \frac{z-2}{z-1} = i \text{ (يعطى الحل على الشكل الجبري)}$$

3. لتكن B, A, M النقط التي لواحقها على الترتيب $2, 1, Z$ حيث M تختلف عن A و B

$$\bullet \text{ فسر هندسيا عمدة وطولية العدد } : \frac{z-2}{z-1}$$

$$4. \text{ حل في المجموعة } C \text{ المعادلة } : \left(\frac{z-2}{z-1} \right)^2 = i$$

التمرين الثاني: (06 ن)

$$-I \text{ (} u_n \text{) المتتالية المعرفة بـ } u_0 = 0, \text{ ومن أجل كل عدد طبيعي } n \text{ لدينا : } u_{n+1} = \frac{2u_n + 3}{u_n + 4}$$

$$1. \text{ احسب } u_1 \text{ و } u_2 .$$

$$2. \text{ أثبت بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي } n \text{ غير معدوم } u_n > 0$$

$$3. \text{ برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي } n \text{ أن } (u_{n+1} - 1) \text{ له نفس إشارة } (u_n - 1) \text{ ثم استنتج أن : } u_n < 1$$

$$4. \text{ أدرس إشارة } (u_{n+1} - u_n) \text{ وبرهن أن المتتالية } (u_n) \text{ متزايدة .}$$

$$-II \text{ (} v_n \text{) المتتالية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي } n \text{ بـ : } v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 3}$$

$$1. \text{ عبر عن } v_{n+1} \text{ بدلالة } v_n, \text{ ثم عبر عن } v_n \text{ بدلالة } n .$$

$$2. \text{ احسب } \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n, \text{ ثم استنتج نهاية المتتالية } (u_n) .$$

التمرين الثالث: (09 ن)

الجزء 1:

$$\text{نعتبر الدالة العددية } g \text{ المعرفة على }]0; +\infty[\text{ كما يلي : } g(x) = x^2 - 2 \ln x$$

$$1. \text{ ادرس اتجاه تغيرات الدالة } g .$$

$$2. \text{ استنتج إشارة } g(x) \text{ على المجال }]0; +\infty[.$$

الجزء 2:

$$\text{نعتبر الدالة العددية } f \text{ المعرفة على }]0; +\infty[\text{ كما يلي : } f(x) = \frac{x}{2} + \frac{1 + \ln x}{x}$$

$$\text{وليكن } (C_f) \text{ تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس } (O; i; j; k)$$

$$1. \text{ عين نهاية الدالة } f \text{ بجوار } 0 \text{ و } +\infty .$$

$$2. \text{ ادرس اتجاه تغير الدالة } f, \text{ ثم شكل جدول التغيرات .}$$

3. أثبت أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y = \frac{x}{2}$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.
4. تحقق أن المستقيم (D) يقطع المنحنى (C_f) في نقطة M_0 يطلب تعيين إحداثياتها .
5. حدد وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (D) في المجال $]0; +\infty[$.
6. أثبت أنه توجد نقطة وحيدة B للمنحنى (C_f) يكون المماس (T) عندها موازي للمستقيم (D) يطلب كتابة معادلة (T)
7. برهن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0,34 < \alpha < 0,35$.
8. ارسم (C_f) و (D) و (T)

الجزء 3 :

(x_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي : $x_n = e^{\frac{n-2}{2}}$.

1. برهن أن (x_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .
2. أثبت أن (x_n) متزايدة .

3. من أجل كل عدد طبيعي نضع : $a_n = \int_{x_n}^{x_{n+1}} \left(f(x) - \frac{x}{2} \right) dx$

• احسب a_n .