

التمرين الاول:

- (1) حل في \mathbb{C} المعادلة ذات المجهول Z : $Z^2 + 6Z + 34 = 0$
- (2) نعتبر في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس (O, u, v) النقط $A; B; C$ لاحقاتها على الترتيب $Z_A = 2$ ، $Z_B = -3 + 5i$ ، $Z_C = -3 - 5i$ -
 أحسب طولية وعمدة للعدد $\frac{Z_B - Z_A}{Z_C - Z_A}$ ثم إستنتج طبيعة المثلث ABC
- (3) أ- عين Z_D و Z_F لاحقتي النقطتين D و F على الترتيب حتى يكون الرباعي $BCDF$ مربع مركزه A
 ب- عين ثم انشئ (Ψ_1) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z حيث :

$$\| \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MF} \| = 20\sqrt{2}$$

 ج- عين ثم انشئ (Ψ_2) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z حيث :

$$\square_+^* \text{ مع } k \text{ مع } Z = 2 + ke^{\frac{\pi}{4}i}$$

التمرين الثاني:

- (1) g دالة معرفة $]-1, +\infty[$: $g(x) = 2x - \ln(x+1)$
 أ) أدرس إتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها
 ب) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0,8 < \alpha < -0,7$
 ج) أحسب $g(0)$ ثم إستنتج إشارة $g(x)$ على $]-1, +\infty[$
- (2) f دالة معرفة $]-1, +\infty[$ كمايلي :

$$\begin{cases} f(x) = x^2 + x - (x+1)\ln(x+1) \\ f(-1) = 0 \end{cases}$$

 (C_f) تمثيلها البياني في معلم m (o, i, j)
 أ) بين ان : $f(\alpha) = -(\alpha^2 + \alpha)$ ثم عين حصرا للعدد $f(\alpha)$ بتقريب $0,01$
 ب) ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند $x_0 = -1$ ثم فسر النتيجة هندسيا
 ت) بين انه من اجل $x \in]-1, +\infty[$: $f'(x) = g(x)$.
 ث) بين انه من اجل $x \in]-1, +\infty[$: $f(x) = (x+1)^2 \left(\frac{x}{x+1} - \frac{\ln(x+1)}{x+1} \right)$ ثم $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
 ج) شكل جدول تغيرات الدالة f
- (3) أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) في النقطة التي فاصلتها 1
 (4) أرسم المماس (T) و المنحني (C_f)

التمرين الثالث :

نعتبر في الفضاء النقط $D(1, -1, 4); C(-3, -1, -1); B\left(\frac{1}{3}, \frac{-8}{3}, \frac{2}{3}\right), ; A(1, 0, 2)$

حيث α و β وسيطان حقيقيان

$$\begin{cases} x = 1 + 3\alpha + \beta \\ y = 1 + 3\alpha \\ z = 2 - 3\beta \end{cases}$$

و المستوي (P) المعروف بالتمثيل الوسيط

(1) أ- بين أن النقط C, B, A تعين مستويا

ب- تحقق ان الشعاع $\vec{u}(2, 1, -3)$ ناظمي للمستوي (ABC)، ثم اكتب معادلة ديكارتية له

(2) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P)، ثم بين ان (P) و (ABC) متعامدان

(3) نعتبر المستقيم (Δ) المعروف بالجملة :

$$\begin{cases} 2x + y - 3z + 4 = 0 \\ 3x - 3y + z - 2 = 0 \end{cases}$$

أ- تحقق ان $E(-2, -3, -1)$ نقطة من (Δ)

ب- بين ان $\vec{u}(8, 11, 9)$ شعاع توجيه ل (Δ) ثم اكتب تمثيلا وسيطيا ل (Δ)

(4) أ- أحسب المسافة بين النقطة D و المستقيم (Δ)

ب- بين ان المثلث ABC قائم ثم احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$

التمرين الاول:

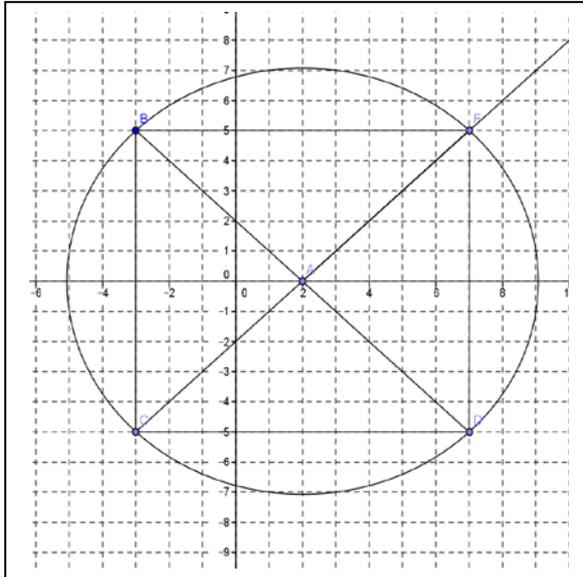
$$z_1 = -3 + 5i \text{ و } z_2 = -3 - 5i \text{ ومنه } \Delta = 36 - 4 \times 34 = -100 = 100i^2 \quad (1)$$

$$\text{Arg} \left(\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} \right) = -\frac{\pi}{2} \text{ و } \left| \frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} \right| = 1 \text{ ومنه } \frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} = \frac{-3 + 5i - 2}{-3 - 5i - 2} = \frac{-5 + 5i}{-5 - 5i} = \frac{-1 + i}{-1 - i} = -i \quad (2)$$

إذا المثلث ABC قائم في A و متساوي الساقين $\left(\overline{AC}, \overline{AB} \right) = -\frac{\pi}{2}$ و $\frac{AB}{AC} = 1$

$$z_D = 2z_A - z_B = 2(2) - (-3 + 5i) = 7 - 5i \text{ ومنه } z_A = \frac{z_B + z_D}{2}$$

$$z_F = 2z_A - z_C = 2(2) - (-3 - 5i) = 7 + 5i \text{ ومنه } z_A = \frac{z_C + z_F}{2}$$



ب- $\| \overline{MB} + \overline{MC} + \overline{MD} + \overline{MF} \| = 20\sqrt{2}$ معناه

$$MA = 5\sqrt{2} \text{ أي } 4MA = 20\sqrt{2}$$

(Ψ_1) هي الدائرة التي مركزها A ونصف قطرها $R = 5\sqrt{2}$

ج- $\text{Arg}(z - z_A) = \frac{\pi}{4}$ معناه $Z = 2 + ke^{\frac{\pi}{4}i}$

(Ψ_2) هي نصف المستقيم المفتوح الذي مبدؤه

النقطة A والموجه بالشعاع \vec{U} حيث $(i; U) = \frac{\pi}{4}$

التمرين الثاني:

$$\lim_{x \rightarrow -1} g(x) = +\infty \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x+1) \left(\frac{2x}{x+1} - \frac{\ln(x+1)}{x+1} \right) = +\infty$$

ب- لدينا : $g'(x) = 2 - \frac{1}{x+1} = \frac{2x+1}{x+1}$ إشارة $g'(x)$ من إشارة $(2x+1)$

x	-1	α	-0.5	0	$+\infty$		
$g'(x)$	-	-	0	+	+	0	-
$g(x)$	$+\infty$						$+\infty$

$-1 + \ln 2$

ب- بمان g مستمرة ومتناقصة تماما على $[-0,8; -0,7]$ $g(-0,8) \times g(-0,7) = 0,009 \times (-0,196) < 0$ حسب مبرهنة القيم

المتوسطة المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $-0,8 < \alpha < -0,7$

ج- $g(0) = 0$ و استنتاج إشارة $g(x)$

x	-1	α	0	$+\infty$		
$g(x)$		+	0	-	0	+

ومنه $\ln(\alpha+1) = 2\alpha$ معناه $g(\alpha) = 0$ (2)

$$f(x) = \alpha^2 + \alpha - (\alpha + 1) \ln(\alpha + 1)$$

$$f(\alpha) = \alpha^2 + \alpha - (\alpha + 1) \times (2\alpha) = \alpha^2 + \alpha - 2\alpha^2 - 2\alpha = -(\alpha^2 + \alpha)$$

$0,06 < f(\alpha) < 0,31$ ومنه $0,49 < \alpha^2 < 0,64$ و $-0,8 < \alpha < -0,7$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(h-1) - f(-1)}{h} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(h-1)^2 + (h-1) - h \ln(h)}{h} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{h^2 - h - h \ln(h)}{h} = \lim_{x \rightarrow 0} (h - 1 - \ln h) = +\infty$$

ب- ومنه الدالة غير قابلة للاشتقاق عند -1 على اليمين، (C_f) يقبل نصف مماسا يوازي محور الترتيب معادلته $x = -1$

ت-

$$f'(x) = 2x + 1 - \ln(x + 1) - (x + 1) \times \frac{1}{x + 1} = 2x - \ln(x + 1) = g(x)$$

اشارة $f'(x)$ من اشارة $g(x)$

$$(x+1)^2 \left(\frac{x}{x+1} - \frac{\ln(x+1)}{x+1} \right) = \frac{(x+1)^2 x}{x+1} - \frac{(x+1)^2 \ln(x+1)}{x+1} = x^2 + x - (x+1) \ln(x+1) = g(x) \text{ ث-}$$

الجزء الثاني:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x+1 - (-x)^2 e^{-x} + 4(-x)e^{-x} - 4e^{-x}) = 0 \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \text{ (1)}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - y] = \lim_{x \rightarrow +\infty} -(x^2 + 2)^2 e^{-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} -(x^2 e^{-x} - 4x e^{-x} - 4e^{-x}) = 0 \text{ ب-}$$

ومنه $y = x + 4$ مقارب مائل للمنحنى بجوار $+\infty$

ج- درلسة الوضع النسبي : $[f(x) - y] = -(x+2)^2 e^{-x}$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x) - y$	-	0	-
الوضع النسبي	(C_f) تحت (Δ)	(C_f) تحت (Δ)	(C_f) تحت (Δ)

(2) أ- لدينا:

$$f'(x) = 1 + (x^2 + 4x + 4 - 2x - 4)e^{-x} \text{ ومنه :}$$

أي : $f'(x) = 1 + (x^2 + 2x)e^{-x} = g(x)$ ومنه اشارة $f'(x)$ من اشارة $g(x)$

x	$-\infty$	α	β	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	↗ 2,05	↘ -0,25	↗ $+\infty$	

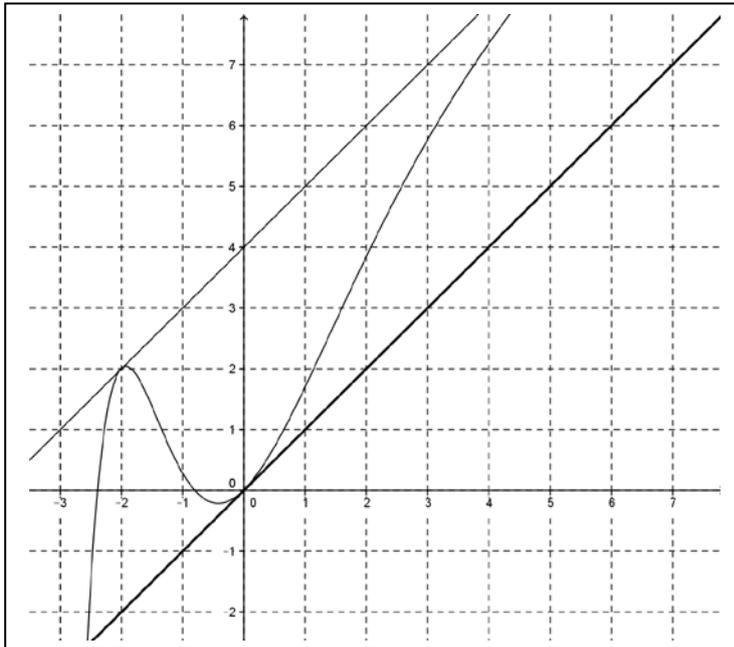
(3) اثبات ان المستقيم (Δ) مماسا للمنحنى (C_f) في نقطة يطلب تعيينها

$$f'(x) = 1 \text{ معناه } g(x) = 1 \text{ اي } x^2 + 2x = 0 \text{ ان : } x = -2 \text{ او } x = 0$$

معادلة المماس عند $x = -2$ هي : $y = f'(-2)(x+2) + f(-2)$ أي $y = x + 4$ وهي معادلة (Δ)

معادلة المماس عند $x = 0$ هي : $y = f'(0)(x-0) + f(0)$ أي $y = x$ وهي معادلة (T)

المنافشة البيانية :



(1) $m < 0$ للمعادلة حلا سالبا

(2) $m = 0$ للمعادلة حلين احدهما سالب والآخر معدوم

(3) $0 < m < 4$ للمعادلة ثلاثة حلول احدهم موجب

(4) $m = 4$ للمعادلة حل سالب

(5) $m > 4$ للمعادلة لا تقبل حلول

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

دورة : ماي 2014
المدة: 4 سا ونصف
ثانوية : 16 شهيدا بليهور

وزارة التربية الوطنية
الشعبة : تقني رياضي
بكالوريا تجريبي

اختبار في مادة الرياضيات

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (4 ن)

1) نعتبر في الفضاء النقط $D(4, 1, 1); C(1, -1, -1); B(3, 2, 0); A(2, 0, -1)$

أ- بين أن النقط A, B, C تعين مستويا.....(0.25ن)

ب- تحقق ان الشعاع $n(1, -1, 1)$ ناظمي للمستوي (ABC) ، ثم اكتب معادلة ديكرتية له (0.25ن) + (0.25ن)

2) أ- اكتب تمثيلا للمستقيم (Δ) الذي يشمل D و يعامد المستوي (ABC) ثم تحقق ان $B \in (\Delta)$ (0.5ن) + (0.25ن)

ب- اكتب تمثيلا للمستقيم (Δ') الذي يشمل A و الموجه بالشعاع $\vec{U}(4, 2, 4)$ (0.25ن)

ج - عين احداثيات نقطة تقاطع (Δ) مع (Δ') (0.25ن)

3) احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$ (0.5ن)

4) $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4y - 8z + 20 = 0$: (S) سطح الكرة التي معادلتها :

أ- عين احداثيات النقطة Ω مركز سطح الكرة (S) ونصف قطرها R (0.75ن)

ب- بين ان المستوي (ABC) يقطع سطح الكرة (S) وفق دائرة (γ) يطلب حساب نصف قطرها r (0.75ن)

التمرين الثاني: (5 ن)

1) نعتبر في \mathcal{E} كثير الحدود $p(z) = z^3 - z^2 + 11z - 51$ حيث:

أ) احسب $p(3)$ ماذا تستنتج؟..... (0.25ن)

ب) عين العددين الحقيقيين a و b حيث: $p(z) = (z - 3)(z^2 + az + b)$ (0.5ن)

ج) حل في \mathcal{E} المعادلة : $p(z) = 0$ (0.5ن)

2) أ- المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس (O, u, v) علم النقط $A; B; C$

التي لاحقاتها على الترتيب $Z_A = 3, Z_B = -1 + 4i, Z_C = -1 - 4i$ (0.25ن)

ب - احسب طولية وعمدة للعدد $\frac{Z_B - Z_A}{Z_C - Z_A}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC (0.5ن) + (0.5ن)

3) أ- عين Z_W لاحقة النقطة W منتصف القطعة $[AC]$ (0.25ن)

ب- عين Z_D لاحقة النقطة D صورة W بالتحاكي الذي مركزه B نسبته 2 ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$. (0.25ن) + (0.25ن)

ج - عين العناصر المميزة للتشابه المباشر الذي مركزه B ويحول النقطة C الى النقطة..... (0.5ن)

E ذات اللاحقة ذات اللاحقة $Z_E = 7 - 4i$

4) عين العددين الحقيقيين α و λ (حيث $\alpha + \lambda \neq -1$) حتى تكون النقطة W

مرجح الجملة $\{(B, 1); (C, \alpha); (E, \lambda)\}$ (0.5ن)

5) نعتبر (Ψ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z حيث : $\|\vec{MB} + 2\vec{MC} + \vec{ME}\| = 8\sqrt{10}$

أ- تحقق ان النقطة D تنتمي الى (Ψ) (0.25ن)

ب- عين ثم انشئ (Ψ) (0.5ن)

التمرين الثالث: (4ن)

f دالة معرفة $\{-1;1\}$ ، كمايلي : $f(x) = x - \frac{1}{x-1} + \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right|$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم م م

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ ثم فسر النتائج هندسيا ، أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.. (1ن)

(2) بين ان (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته $y = x$ (0.25ن)

(3) بين ان : $f'(x) = \frac{x(x^2 - x + 2)}{(x-1)^2(x+1)}$ و ادرس اشارتها ثم شكل جدول تغيرات الدالة f (0.5ن)+(0.25ن)+(0.5ن)

(4) -أ بين ان المنحني (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي المستقيم (Δ) في نقطة A يطلب تعيين إحداثيها..... (0.25ن)
 ب- اكتب معادلة المماس (T) (0.25ن)

(5) ارسم المماس (T) و المنحني (C_f) (0.5ن)

(6) ناقش بيانها وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x) = x + m$ (0.5ن)

التمرين الرابع : (3ن)

(1) نعتبر المعادلة : $(I) \dots\dots\dots 9x - 7y = 11$ حيث x و y عددان صحيحان

أ- عين الثنائية (x_0, y_0) حلا للمعادلة (I) حيث : $9x_0 + 7y_0 = 25$ (1ن)

ب- حل المعادلة (I) (0.5ن)

(2) نفرض ان $PGCD(x, y) = d$ حيث الثنائية (x, y) حلا للمعادلة (I)

أ- عين القيم الممكنة لـ d (0.5ن)

ب- عين الثنائيات (x, y) حلول المعادلة (I) حيث : $d = 11$ (1ن)

التمرين الخامس :

في الشكل المقابل (C_f) التمثيل البياني للدالة f

على المجال $[0,5]$ بالعلاقة $f(x) = (x-3)^2 + 3$

و (d) المستقيم الذي معادلته $y = x$

(1) (U_n) متتالية معرفة على \mathbb{N} كمايلي :

$$U_{n+1} = f(U_n) \text{ و } U_0 = \frac{15}{4}$$

أ- مثل على محور الفواصل الحدود التالية : (0.25ن)

U_0, U_1, U_2, U_3 دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل

ب- ضع تخمينا حول إتجاه تغير (0.25ن)

المتتالية (U_n) و تقاربا

(2) أ- برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي $n : 4 \leq u_n \leq 3$

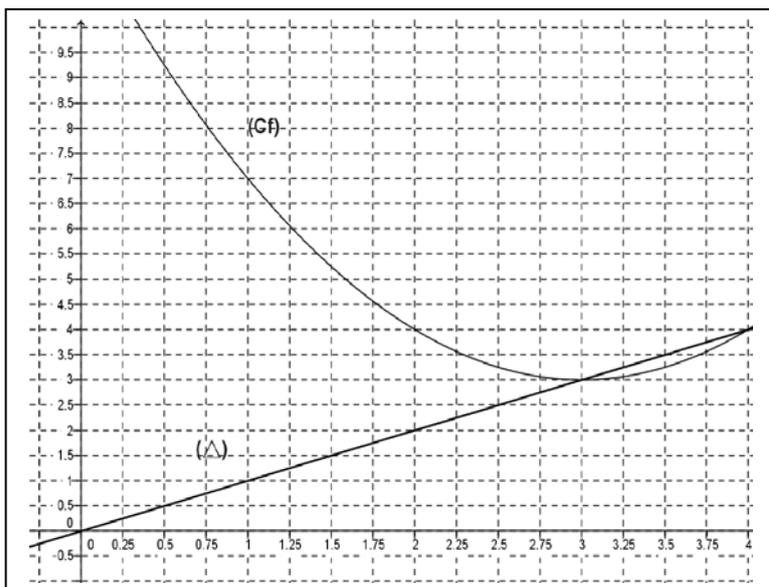
ب- ادرس إتجاه تغير المتتالية (U_n) ثم استنتج انها متقاربة (0.5ن) + (0.25ن)

(3) (V_n) المتتالية العددية المعرفة على \mathbb{N} بالعلاقة : $V_n = \ln(U_n - 3)$

أ- برهن أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين اساسها و حدها الأول V_0 (0.5ن) + (0.25ن)

ب- أكتب بدلالة n كلا من V_n و U_n ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ (0.25ن) + (0.5ن) + (0.25ن)

ج - أحسب بدلالة n المجموع : $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$ (0.25ن)



د- احسب بدلالة n الجداء $P_n = (u_0 - 3)(u_1 - 3)(u_2 - 3) \dots (u_n - 3)$: (0.5ن

بالتوفيق .

الصفحة 2 / 2

امتحان البكالوريا التجريبي

الموضوع الثاني

التمرين الأول:

(1) نعتبر في الفضاء النقط $D(4,1,1); C(1,-1,-1); B(3,2,0); A(2,0,-1)$

أ- بين أن النقط C, B, A تعين مستويا

ب- تحقق ان الشعاع $n(1,-1,1)$ ناظمي للمستوي (ABC) ، ثم اكتب معادلة ديكارتية له

(2) أ- اكتب تمثيلا للمستقيم (Δ) الذي يشمل D و يعامد للمستوي (ABC) ثم تحقق ان $B \in (\Delta)$

أ- اكتب تمثيلا للمستقيم (Δ') الذي يشمل A و الموجه بالشعاع $\vec{U}(4,2,4)$

ب- عيّن احداثيات نقطة تقاطع (Δ) مع (Δ')

(3) احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$

(4) $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4y - 8z + 20 = 0$: (S) سطح الكرة التي معادلتها :

أ- عيّن احداثيات النقطة Ω مركز سطح الكرة (S) ونصف قطرها R

ب- بين ان المستوي (ABC) يقطع سطح الكرة (S) وفق دائرة (γ) يطلب حساب نصف قطرها r

التمرين الثاني:

(1) نعتبر في \mathbb{C} كثير الحدود $p(z)$ حيث: $p(z) = z^3 - z^2 + 11z - 51$

أ) احسب $p(3)$ ماذا تستنتج؟

ب) عيّن العددين الحقيقيين a و b حيث: $p(z) = (z-3)(z^2 + az + b)$

ج) حل في \mathbb{C} المعادلة: $p(z) = 0$

(2) أ- المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس (O, \vec{u}, \vec{v}) علم النقط $C; B; A$

التي لاحقاتها على الترتيب $Z_A = 3$ ، $Z_B = -1 + 4i$ ، $Z_C = -1 - 4i$

ب - أحسب طولية وعمدة للعدد $\frac{Z_B - Z_A}{Z_C - Z_A}$ ثم إستنتج طبيعة المثلث ABC

(3) أ- عيّن Z_ω لاحقة النقطة W منتصف القطعة $[AC]$.

ب- عيّن Z_D لاحقة النقطة D صورة W بالتحاكي الذي مركزه B نسبته 2 ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$

ج - عيّن العناصر المميزة للتشابه المباشر الذي مركزه B ويحول النقطة C الى النقطة

E ذات اللاحقة ذات اللاحقة $Z_E = 7 - 4i$

(4) عيّن العددين الحقيقيين α و λ (حيث $\alpha + \lambda \neq -1$) حتى تكون النقطة W

مرجح الجملة $\{(B,1); (C,\alpha); (E,\lambda)\}$

(5) نعتبر (Ψ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z حيث: $\|\vec{MB} + 2\vec{MC} + \vec{ME}\| = 8\sqrt{10}$

أ-تحقق ان النقطة D تنتمي الى (Ψ)

ب- عيّن ثم انشئ (Ψ)

التمرين الثالث:

f دالة معرفة $\{-1;1\}$ ، كمايلي : $f(x) = x - \frac{1}{x-1} + \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right|$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم م م

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ ثم فسر النتائج هندسيا ، احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

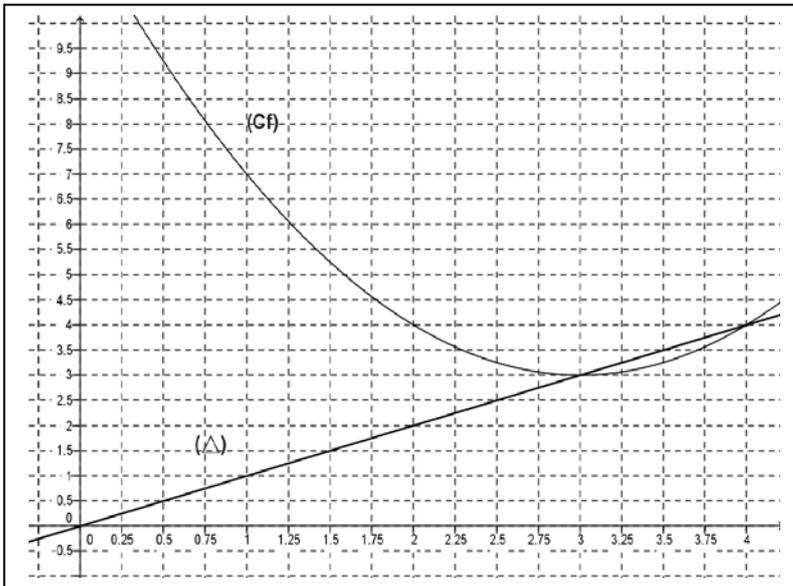
(2) بين ان (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته $y = x$.

(3) بين ان : $f'(x) = \frac{x(x^2 - x + 2)}{(x-1)^2(x+1)}$ و ادرس اشارتها ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(4) أ- بين ان المنحني (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي المستقيم (Δ) في نقطة A يطلب تعيين إحداثيها
ب- اكتب معادلة المماس (T)

(5) ارسم المماس (T) و المنحني (C_f)

(6) ناقش بيانها وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x) = x + m$



التمرين الرابع :

في الشكل المقابل (C_f) التمثيل البياني للدالة f

على المجال $[0,5]$ بالعلاقة $f(x) = (x-3)^2 + 3$

و (d) المستقيم الذي معادلته : $y = x$

(1) (U_n) متتالية معرفة على \mathbb{R} كمايلي:

$$U_{n+1} = f(U_n) \text{ و } U_0 = \frac{15}{4}$$

أ- مثل على محور الفواصل الحدود التالية :

U_0, U_1, U_2, U_3 دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل

ب- ضع تخمينا حول إتجاه تغير

المتتالية (U_n) و تقاربا

(2) أ- برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي $n: 3 \leq n \leq 4$

ب- ادرس إتجاه تغير المتتالية (U_n) ثم استنتج انها متقاربة

(3) (V_n) المتتالية العددية المعرفة على \mathbb{R} بالعلاقة : $V_n = \ln(U_n - 3)$

أ- برهن أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين اساسها و حدها الأول V_0 .

ب- أكتب بدلالة n كلا من U_n و V_n ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

ج - أحسب بدلالة n المجموع : $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$

د- احسب بدلالة n الجداء : $P_n = (u_0 - 3)(u_1 - 3)(u_2 - 3) \dots (u_n - 3)$

بالتوفيق للجميع في شهادة البكالوريا.

الموضوع الثانيالتمرين الاول:

(7) نعتبر في \mathcal{E} كثير الحدود $p(z)$ حيث: $p(z) = z^3 - z^2 + 11z - 51$

أ) احسب $p(3)$ ماذا تستنتج؟

ب) عين العددين الحقيقيين a و b حيث: $p(z) = (z-3)(z^2 + az + b)$

ج) حل في \mathcal{E} المعادلة: $p(z) = 0$

(2) أ- المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس (O, u, v) علم النقط $C; B; A$

التي لاحقاتها على الترتيب $Z_A = 3$ ، $Z_B = -1+4i$ ، $Z_C = -1-4i$ ،

ب - أحسب طولها وعمدة للعدد $\frac{Z_B - Z_A}{Z_C - Z_A}$ ثم إستنتج طبيعة المثلث ABC

(8) أ- عين Z_O لاحقة النقطة W منتصف القطعة $[AC]$.

ب- عين Z_D لاحقة النقطة D صورة W بالتحاكي الذي مركزه B نسبته 2 ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$

ج - عين العناصر المميزة للتشابه المباشر الذي مركزه B ويحول النقطة C الى النقطة

E ذات اللاحقة ذات اللاحقة $Z_E = 7-4i$

(4) عين العددين الحقيقيين α و λ (حيث $\alpha + \lambda \neq -4$) حتى تكون النقطة W

مرجح الجملة $\{(B, 1); (C, \alpha); (E, \lambda)\}$

(5) نعتبر (Ψ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z حيث: $\| \overline{MB} + 2\overline{MC} + \overline{ME} \| = 8\sqrt{10}$

أ- تحقق ان النقطة D تنتمي الى (Ψ)

ب- عين ثم انشئ (Ψ)

التمرين الثاني:

f دالة معرفة $\{-1; 1\}$ ، كمايلي : $f(x) = x - \frac{1}{x-1} + \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right|$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم م م

(9) أحسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم فسّر النتائج هندسيا ثم احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(10) بين ان (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته $y = x$.

(11) بين ان : $f'(x) = \frac{x(x^2 - x + 2)}{(x-1)^2(x+1)}$ و ادرس اشارتها ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(12) أ- بين ان المنحني (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي المستقيم (Δ) في نقطة A يطلب تعيين إحداثيها

ب- اكتب معادلة المماس (T)

(13) ارسم المماس (T) و المنحني (C_f)

(14) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x) = x + m$

التمرين الثالث :

1) نعتبر في الفضاء النقط $D(4, 1, 1); C(1, -1, -1); B(3, 2, 0); A(2, 0, -1)$

أ- بين أن النقط C, B, A تعين مستويا

ب- تحقق ان الشعاع $n(1, -1, 1)$ ناظمي للمستوي (ABC) ، ثم اكتب معادلة ديكارتية له

2) أ- اكتب تمثيلا للمستقيم (Δ) الذي يشمل D ويعامد المستوي (ABC) ثم تحقق ان $B \in (\Delta)$

ب- اكتب تمثيلا للمستقيم (Δ') الذي يشمل A و الموجه بالشعاع $\vec{U}(4, 2, 4)$

ج - عين احداثيات نقطة تقاطع (Δ) مع (Δ')

3) احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$

4) $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4y - 8z + 20 = 0$: (S) سطح الكرة التي معادلتها

ت- عين احداثيات النقطة Ω مركز سطح الكرة (S) ونصف قطرها R

ث- بين ان المستوي (ABC) يقطع سطح الكرة (S) وفق دائرة (γ) يطلب حساب نصف قطرها r

التمرين الرابع :

في الشكل المقابل (C_f) التمثيل البياني للدالة f

على المجال $[0, 5]$ بالعلاقة $f(x) = (x-3)^2 + 3$

و (d) المستقيم الذي معادلته $y = x$

1) (U_n) متتالية معرفة على \mathbb{R} كمايلي :

$$U_{n+1} = f(U_n) \text{ و } U_0 = \frac{15}{4}$$

أ- مثل على محور الفواصل الحدود التالية :

U_0, U_1, U_2, U_3 دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل

ب- ضع تخمينا حول إتجاه تغير

المتتالية (U_n) و تقاربها

2) أ- برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي $n: 3 \leq n \leq 4$

ب- ادرس إتجاه تغير المتتالية (U_n) ثم استنتج انها متقاربة

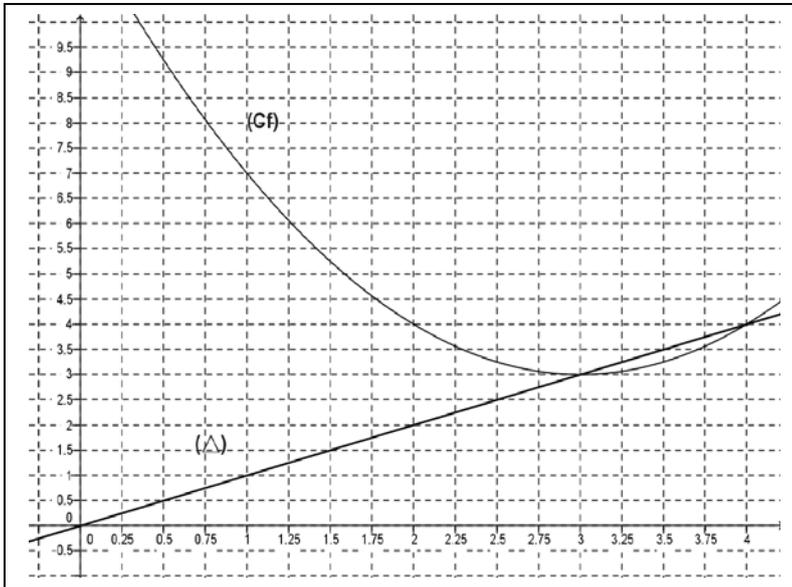
3) (V_n) المتتالية العددية المعرفة على \mathbb{R} بالعلاقة $V_n = \ln(U_n - 3)$

أ- برهن أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين اساسها و حدها الأول V_0 .

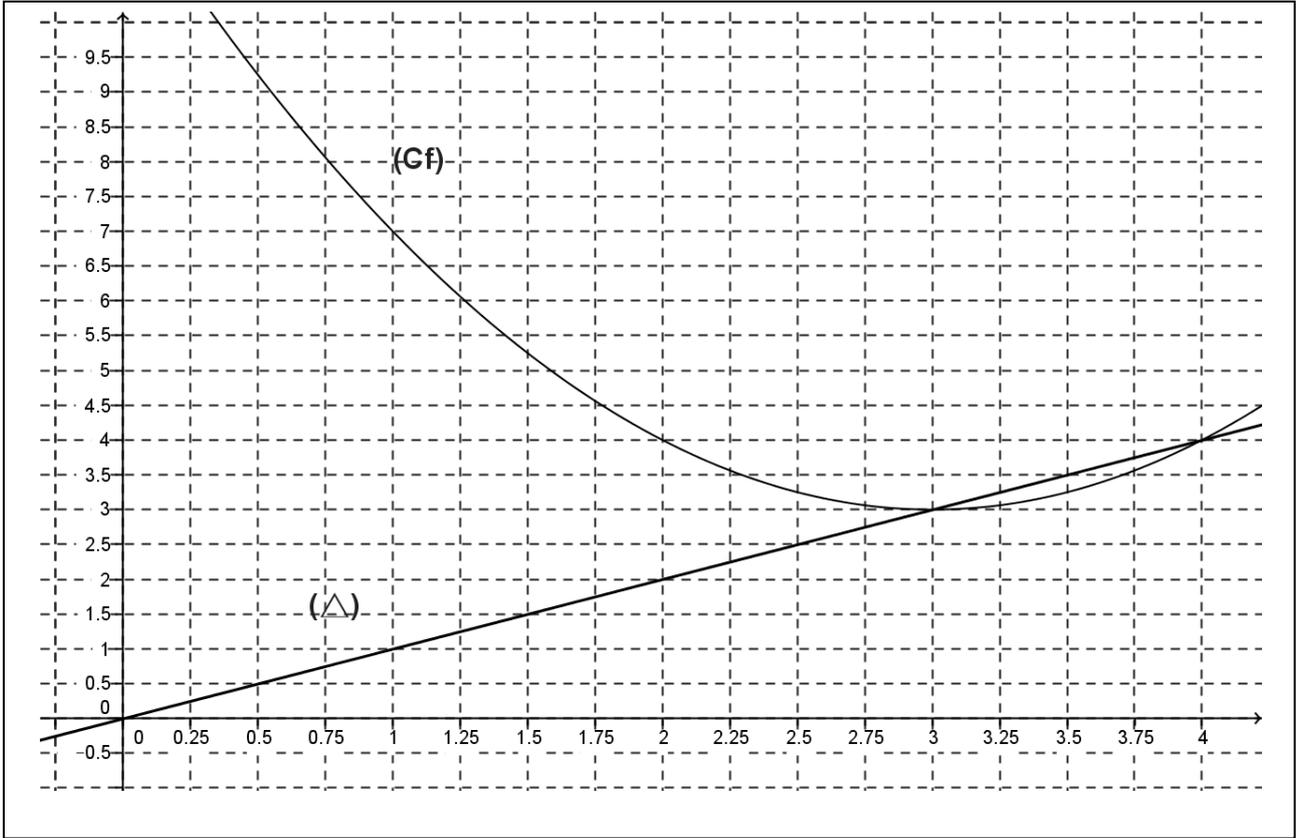
ب- أكتب بدلالة n كلا من U_n و V_n ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

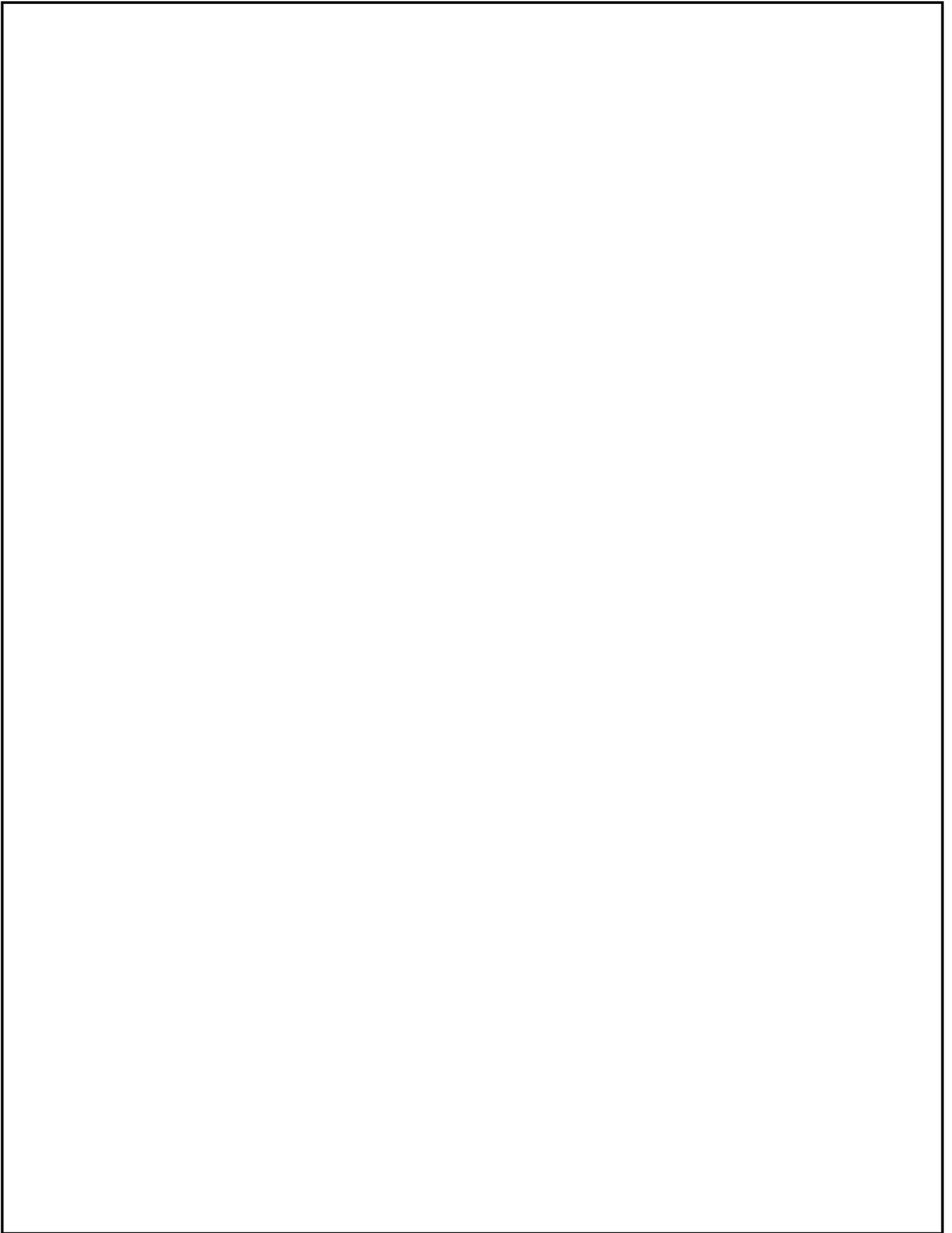
ج - أحسب بدلالة n المجموع $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$

د- احسب بدلالة n الجداء $P_n = (u_0 - 3)(u_1 - 3)(u_2 - 3) \dots (u_n - 3)$



بعداد الرسم مع ورقة الاجابة





التمرين الاول:

- (1) حل في \mathbb{C} المعادلة ذات المجهول Z : $Z^2 + 6Z + 34 = 0$
- (2) نعتبر في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس (O, u, v) النقط $A; B; C$ لاحقاتها على الترتيب $Z_A = 2$ ، $Z_B = -3 + 5i$ ، $Z_C = -3 - 5i$ -
 أحسب طولية وعمدة للعدد $\frac{Z_B - Z_A}{Z_C - Z_A}$ ثم إستنتج طبيعة المثلث ABC
- (3) أ- عين Z_D و Z_F لاحقتي النقطتين D و F على الترتيب حتى يكون الرباعي $BCDF$ مربع مركزه A
 ب- عين ثم انشئ (Ψ_1) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z حيث :

$$\| \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MF} \| = 20\sqrt{2}$$

 ج- عين ثم انشئ (Ψ_2) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z حيث :

$$\square_+^* \text{ مع } k \text{ مع } Z = 2 + ke^{\frac{\pi}{4}i}$$

التمرين الثاني:

- (1) g دالة معرفة $]-1, +\infty[$: $g(x) = 2x - \ln(x+1)$
 أ) أدرس إتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها
 ب) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0,8 < \alpha < -0,7$
 ج) أحسب $g(0)$ ثم إستنتج إشارة $g(x)$ على $]-1, +\infty[$
- (2) f دالة معرفة $[-1, +\infty[$ كمايلي :

$$\begin{cases} f(x) = x^2 + x - (x+1)\ln(x+1) \\ f(-1) = 0 \end{cases}$$

 أ) (C_f) تمثيلها البياني في معلم m (o, i, j)
 ب) بين ان : $f(\alpha) = -(\alpha^2 + \alpha)$ ثم عين حصرا للعدد $f(\alpha)$ بتقريب $0,01$
 ج) ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند $x_0 = -1$ ثم فسر النتيجة هندسيا
 د) بين انه من اجل $x \in]-1, +\infty[$: $f'(x) = g(x)$.
 هـ) بين انه من اجل $x \in]-1, +\infty[$: $f(x) = (x+1)^2 \left(\frac{x}{x+1} - \frac{\ln(x+1)}{x+1} \right)$ ثم $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
 ر) شكل جدول تغيرات الدالة f
- (15) أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) في النقطة التي فاصلتها 1
 (16) أرسم المماس (T) و المنحني (C_f)

التمرين الثالث :

نعتبر في الفضاء النقط $D(1, -1, 4); C(-3, -1, -1); B\left(\frac{1}{3}, \frac{-8}{3}, \frac{2}{3}\right), ; A(1, 0, 2)$

حيث α و β وسيطان حقيقيان

$$\begin{cases} x = 1 + 3\alpha + \beta \\ y = 1 + 3\alpha \\ z = 2 - 3\beta \end{cases}$$

و المستوي (P) المعروف بالتمثيل الوسيطي

(2) أ- بين أن النقط C, B, A تعين مستويا

ب- تحقق ان الشعاع $\vec{u}(2, 1, -3)$ ناظمي للمستوي (ABC)، ثم اكتب معادلة ديكارتية له

(2) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P)، ثم بين ان (ABC) و (P) متعامدان

(3) نعتبر المستقيم (Δ) المعروف بالجملة :

$$\begin{cases} 2x + y - 3z + 4 = 0 \\ 3x - 3y + z - 2 = 0 \end{cases}$$

أ- تحقق ان $E(-2, -3, -1)$ نقطة من (Δ)

ب- بين ان $\vec{u}(8, 11, 9)$ شعاع توجيه ل (Δ) ثم اكتب تمثيلا وسيطيا ل (Δ)

(4) أ- أحسب المسافة بين النقطة D و المستقيم (Δ)

ب- بين ان المثلث ABC قائم ثم احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$

الإختبار الأول في مادة الرياضيات

التمرين الثاني: (7 نقاط)

f دالة معرفة على المجال $]0, +\infty[$ كمايلي: $f(x) = x - 1 + \ln\left(\frac{x^2 + 1}{x^2}\right)$ و (C_f) تمثيلها البياني في م م م

(1) أ- أحسب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ فسر النتيجة هندسيا

ب- بين أن المستقيم $(D): y = x - 1$ مقارب مائل للمنحني (C_f) بجوار $+\infty$

(2) أ- تحقق انه من اجل $x \in]0, +\infty[$: $f(x) = x - 1 + \ln(x^2 + 1) - 2 \ln x$

ب- بين انه من اجل $x \in]0, +\infty[$: $f'(x) = \frac{(x-1)(x^2 + x + 2)}{x(x^2 + 1)}$

ج- أدرس إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة

(3) أرسم (D) و المنحني (C_f)

(4) g دالة معرفة على المجال $]0, +\infty[$ كمايلي : $g(x) = \frac{1}{f(x)}$

ادرس تغيرات الدالة g و شكل جدول تغيراتها (عبارة $g(x)$ بدلالة x غير مطلوبة)

التمرين الثاني: (13 نقطة)

الجزء الأول: g معرفة على ، كمايلي: $g(x) = 1 + (x^2 + 2x) e^{-x}$

(1) أ- أحسب : $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ ، ثم بين ان : $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$

ب- ادرس إتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها . (نأخذ : $g(-\sqrt{2}) = -2,4$ و $g(\sqrt{2}) = 2,2$)

(2) أ- بين ان المعادلة : $g(x) = 0$ تقبل حلين في ، ، ، α و β حيث $-1,9 \alpha p - 2p$ و $-0,4 \beta p - 0,5p$

ب - إستنتج إشارة $g(x)$ على ،

الجزء الثاني: f دالة عددية معرفة على ، ب : $f(x) = x + 4 - (x + 2)^2 e^{-x}$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o; i; j)$

(1) أ- أحسب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ب - بين ان المستقيم (Δ) ذو المعادلته $y = x + 4$ مقارب مائل لـ للمنحني (C_f) عند $+\infty$.

ج - ادرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ)

(2) أ - بين انه من جل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$

ب- شكل جدول تغيرات الدالة f ((نأخذ : $f(\alpha) = 2,05$ و $f(\beta) = -0,25$))

(3) بين ان المستقيم (Δ) مماسا للمنحني (C_f) في نقطة يطلب تعيينها ، ثم اكتب معادلة المماس الأخر (T) الذي يوازي (Δ)

(4) أرسم (T) ، (Δ) و المنحني (C_f)

(5) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x) = x + m$

