ثانوية بوشوشة+ثانوية عبد العزيز الشريف –ولايـــة الوادي

الامتحان التجريبي لبكالوريا التعليم الثانوي | **دورة:مـا ي 2011**

الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة الرياضيات | **المدة: 3 ساعات ونصف**

<u>على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:</u>

الموضوع الأول

<u>التمرين الأول</u>:(04 نقط)

°1)لتكن f دالة عددية معرفة على المجال $I=[0\,;1]$ كما يلي: $f(x)=x-\ln(x^2+1)$

واليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ كما هو مبين في الشكل في الوثيقة المرفقة

أ)بقراءة بيانية شكّل جدول تغيرات الدالة f على المجال I.

ب)بيّن أنه إذا كان $x\in I$: فإن : $f(x)\in I$

°2) (U_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $U_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $U_{n+1}=f(U_n)$.

أ) مثّل الحدود U_0 ، U_1 ، U_2 دون حسابها على حامل محور الفواصل وذلك بالاستعانة بالمنحنى (C_f) والمستقيم (D) ذو المعادلة $y=x$ (أبرز خطوط الرسم)

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر (U_n) وتقاربها انطلاقا من التمثيل السابق.

جـ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $U_n\in I$

د)ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) واستنتج أنّ (U_n) متقاربة ، ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}(U_n)$

<u>التمرين الثاني</u>:(04 نقط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-2z+5=0$

2) نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

النقط I ، B و A ذوات اللاحقات: $z_I=1-2i$ ، $z_B=-3$ و $z_A=2+\overline{z_I}$

أ)اكتب على الشكل الجبري العدد المركب : $Z=\dfrac{z_I-z_A}{z_I-z_B}$

ب)اكتب العدد المركب Z على الشكل الأسي ، ثم استنتج طبيعة المثلث IAB.

جـ) احسب z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة I بالتحاكي الذي مركزه A ونسبته 2.

3) لتكن G مرجح الجملة $\{(A;1),(B;-1),(C;1)\}$

أ) احسب z_G لاحقة النقطة G.

ب)عين (Γ_1) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z من المستوي حيث: $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\right\|=2\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|$

عين (Γ_2) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z من المستوي حيث: $\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=4\sqrt{5}$

<u>التمرين الثالث</u>:(04 نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

1) نعتبر المستوي (P) ذا المعادلة: $x+y-1=0$ والمستوي (P') ذا المعادلة: $y+z-2=0$

أ) تحقق أنّ (P) و (P') متقاطعان.

ب)بيّن أنّ تقاطع (P) و (P') هو المستقيم (D) الذي تمثيله الوسيطي هو: $\begin{cases} x=1-t \\ y=t \\ z=2-t \end{cases}$ حيث $(t\in\mathbb{R})$

2-أ)اكتب معادلة للمستوي (R) الذي يشمل المبدأ O ويعامد المستقيم (D).

ب)بيّن أنّ إحداثيات I: نقطة تقاطع المستوي (R) والمستقيم (D) هي $(0;1;1)$

3) لتكن النقطتان $A(-\frac{1}{2};0;\frac{1}{2})$ و $B(1;1;0)$.

أ) تحقق أنّ A و B تنتميان إلى المستوي (R).

ب)نسمي A' و B' نظيرتي النقطتين A و B على الترتيب بالنسبة للنقطة I. بيّن أن الرباعي $ABA'B'$ معيّن.

التمرين الرابع :(08 نقط)

I- لتكن الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=x^2+2-2\ln x$

1) ادرس تغيرات الدالة g وسجل جدول تغيراتها.

2) استنتج ، حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II-نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\frac{2\ln x}{x}+x-1$

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2cm$

1) احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

2) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)]$ ثم فسّر النتيجة الثانية هندسيا.

ادرس وضعية (C_f) مع مستقيمه المقارب المائل (Δ).

3-ا)بيّن أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ فإنّ: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$.

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

4)بيّن أنّ (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) عند نقطة يطلب تعيين إحداثيّيْها، ثم اكتب معادلة لـ (T).

5)أنشئ كلا من المستقيمين (Δ) و (T) ، ثم المنحنى (C_f)

6)ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $2\ln x - xm = x$.

7) احسب العدد الحقيقي A حيث: $A=\int_1^e \frac{2\ln x}{x}dx$ ؛ فسّر هندسيا العدد الحقيقي A

الموضوع الثاني

<u>التمرين الأول</u>:(04 نقط)

لتكن المتتالية(u_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = -1$ ؛ $u_1 = \frac{1}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+2} = u_{n+1} - \frac{1}{4}u_n$

و لتكن المتتالية(v_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n$.

1) ا- احسب v_0.

ب- أثبت أنّ(v_n) متتالية هندسيّة يطلب تعيين أساسها.

جـ- اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n.

د- احسب ، بدلالة n ، المجموع : $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ ، ثمّ جِدْ $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$.

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $w_n = \frac{u_n}{v_n}$.

ا- احسب w_0.

ب- بيّن أنّ (w_n) متتالية حسابيّة يطلب تعيين أساسها.

جـ- اكتب عبارة الحد العام w_n بدلالة n ، ثم عيّن أصغر عدد طبيعي n الذي يحقق : $e^{w_n} \geq 2011$

<u>التمرين الثاني</u>:(05 نقط)

1) نعتبر، في مجموعة الأعداد المركّبة $\mathbb{C}$ ، كثير الحدود$p(z)$ حيث $p(z) = z^3 - 6z^2 + 12z - 16$.

ا- احسب$p(4)$.

ب- بيّن أنّ $p(z) = (z-4)(z^2 - 2z + 4)$، ثمّ حلّ في $\mathbb{C}$ المعادلة$p(z) = 0$.

2) المستوي المركّب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس$(O,\vec{u},\vec{v})$ حيث $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\| = 2\,cm$.

تعطى النقطA ،B ،C التي لواحقها على التّرتيب: $z_A = 4$ ؛ $z_B = 1 + i\sqrt{3}$ ؛ $z_C = \overline{z}_B$.

ا- أنشئ بعناية النقطA ،B ،C

ب- ما طبيعة المثلّثABC ؟ علّل إجابتك.

3) لتكن النّقطةK ذات اللاحقة $z_K = -\sqrt{3} + i$.

ا- عيّن z_F لاحقة النقطةF: صورة النّقطةK بالدوران الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{3}$.

ب- عيّن z_G لاحقة النقطةG صورة النّقطةK بالانسحاب الذي شعاعه$\overrightarrow{OB}$.

جـ- أثبت أنّ المستقيميْن(OC) و(OF) متعامدان.

د- علّم النّقطتيْنG و K ، ثمّ بيّن أنّ الرّباعي$OBGK$ مربّع.

هـ- عيّن طويلة وعمدة z_G.

<u>التمرين الثالث</u>:(04،5 نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس$(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(6,0,0)$ ، $B(0,6,0)$ ، $C(0,0,6)$ ، $D(-2,-2,-2)$.

1) ا- تحقق أنّ النّقط A، B، C تعيّن مستويا (P).

بـ- بيّن أنّ $x+y+z-6=0$ معادلة ديكارتيّة للمستوي (P).

جـ- أثبت أنّ المستقيم (OD) يقطع المستوي (P) في النّقطة $H(2,2,2)$.

د- تحقق أنّ النقطة H متساوية البُعْد عن النقط A، B، C.

2) ليكن (Q) المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[CD]$.

ا- بيّن أنّ $x+y+4z-6=0$ معادلة ديكارتيّة للمستوي (Q).

بـ- أثبت أنّ المستقيم (OD) يقطع المستوي (Q) في نقطة ω يطلب تعيين إحداثيّاتها .

3) ليكن (S) سطح الكرة ذات المركز ω و نصف القطر $3\sqrt{3}$.

ا- اكتب معادلة ديكارتيّة لسطح الكرة (S).

بـ- تحقق أنّ سطح الكرة (S) يشمل النقط A، B، C، D.

جـ- عيّن تقاطع سطح الكرة (S) مع المستوي (P) وأعط عناصره المميّزة.

<u>التمرين الرابع</u>: (06،5 نقط)

I لتكن الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{(x+1)e^{x}+x+2}{e^{x}+1}$.

نسمّي (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$؛ [وحدة الطول: 2cm].

1) بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ و أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

2) أثبت أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\dfrac{e^{2x}+e^{x}+1}{(e^{x}+1)^{2}}$.

3) ادرس تغيّرات f، ثم شكّل جدول تغيّراتها .

4) برهن أنّ المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $-2 \prec \alpha \prec -1$.

5) ا- أثبت أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=x+1+\dfrac{1}{e^{x}+1}$ وأنّ $f(x)=x+2-\dfrac{e^{x}}{e^{x}+1}$.

بـ- استنتج أنّ المنحني (C_f) يقبل مستقيميْن مقاربيْن مائليْن (D) و (D') يطلب إعطاء معادلة لكلّ منهما.

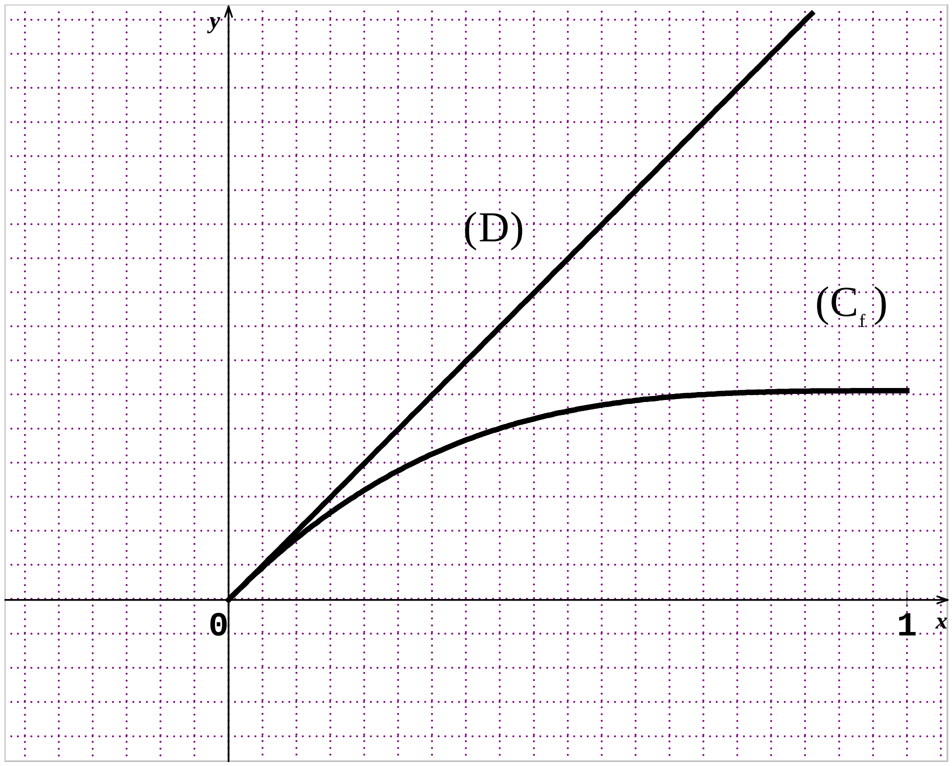
جـ- بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x : $f(-x)+f(x)=3$ ، ثمّ فسّر النتيجة هندسيّا.

6) ا- أنشئ المنحني (C_f).

بـ- احسب، بـِ cm^2 ، مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحني (C_f) و بالمستقيمات التي معادلاتها:

$x=0$ ؛ $x=1$ ؛ $y=x+2$.

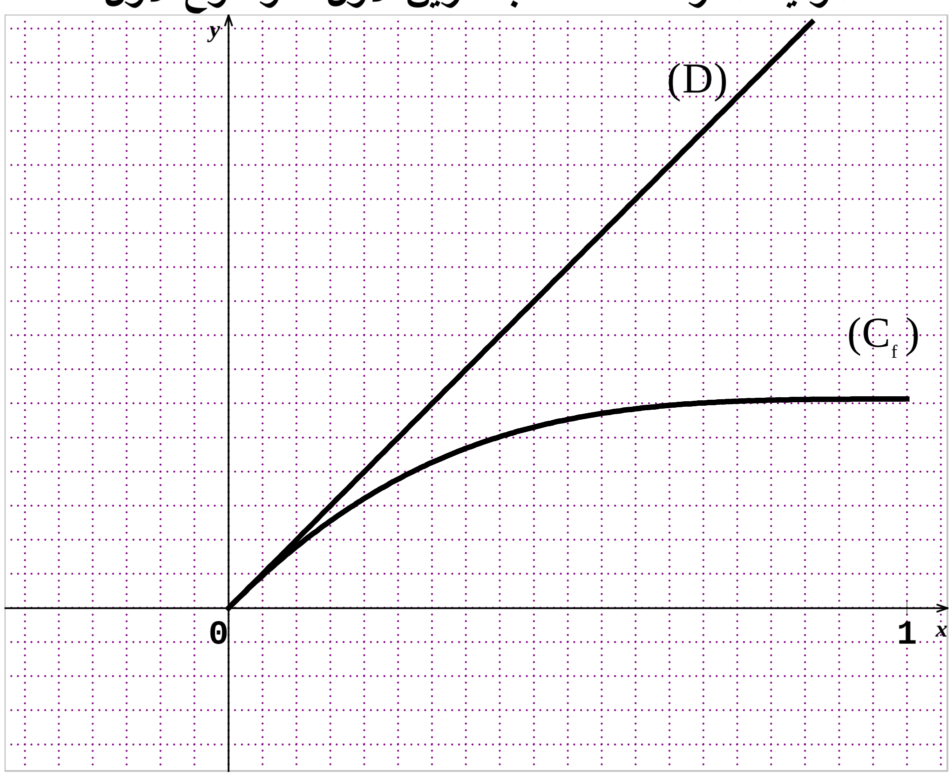
الوثيقة المرفقة الخاصة بالتمرين الأول للموضوع الأول



ملاحظة: مثل الحدود U_0 ، U_1 ، U_2 على حامل محور الفواصل ثم أعد هذه الوثيقة مع ورقة الإجابة

....

الوثيقة المرفقة الخاصة بالتمرين الأول للموضوع الأول



ملاحظة: مثل الحدود U_0 ، U_1 ، U_2 على حامل محور الفواصل ثم أعد هذه الوثيقة مع ورقة الإجابة