

التمرين الأول :

(U_n) متتالية عددية معرفة بحددها الأول $U_0 = 4$ وبالعلاقة التراجعية $U_{n+1} = \frac{4U_n + 1}{U_n + 4}$ ، $(n \in \mathbb{N})$

1- احسب U_1 و U_2

2- بين انه من اجل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = 4 - \frac{15}{U_n + 4}$

3- برهن بالتراجع انه من اجل عدد طبيعي n : $U_n \geq 1$

4- ادرس رتابة (U_n) ثم استنتج أنها متقاربة .

5- نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة انه من اجل عدد طبيعي n بـ : $V_n = \frac{U_n - 1}{U_n + 1}$

• بين أن (V_n) متتالية هندسية ، عين أساسها وحددها الأول .

• عبر بدلالة n عن كل من (V_n) .

• أحسب بدلالة n لمجموع S_n حيث : $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n$

• استنتج أن : $U_n = \frac{5^{n+1} + 3^{n+1}}{5^{n+1} - 3^{n+1}}$ ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.

التمرين الثاني :

ليكن العددين المركبين : $z_1 = \frac{\sqrt{6} - i\sqrt{2}}{2}$ و $z_2 = 1 - i$.

(1) اكتب علي الشكل المثلثي الأعداد z_1 و z_2 و $z = \frac{z_1}{z_2}$.

(2) اكتب z علي الشكل الجبري.

(3) استنتج القيمة المضبوطة لكل من $\sin \frac{\pi}{12}$ و $\cos \frac{\pi}{12}$.

(4) لنعتبر المعادلة : $(\sqrt{6} + \sqrt{2})\cos x + (\sqrt{6} - \sqrt{2})\sin x = 2$ (1)

• باستعمال السؤال السابق بين أن المعادلة (1) تكافئ المعادلة : $\cos\left(x - \frac{\pi}{12}\right) = \frac{1}{2}$ (2)

• حل المعادلة في $\square$ المعادلة (2) .

التمرين الثالث:

المستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(I) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $\mathbb{R} - \{1\}$ كما يلي : $f(x) = x + \frac{1}{x-1}$

(C) المنحنى الممثل لها في مستو

1- أدرس تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

2- اكتب معادلتى المستقيمين المقاربين لـ (C).

3- انشئ المستقيمات المقاربة و (C) .

4- (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = x + m$ حيث m وسيط حقيقي.

5- ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط m عدد نقاط تقاطع (C) و (Δ).

6- احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C) و المستقيمتان التي معادلاتها $x=2$ و $x=3$ و $y=x$.

(II) g دالة عددية معرفة علي $]1; +\infty[$ بـ: $g(x) = \ln\left(\frac{x^2 - x + 1}{x - 1}\right)$

1. تحقق أن : $g(x) = \ln(f(x))$

2. ادرس تغيرات g (يمكنك استعمال تغيرات الدالة f).

3. استنتج طول المتراجحة $\ln\left(\frac{x-1}{x^2-x+1}\right) \leq -\ln 3$

التمرين الرابع:

الفضاء منسوب منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

نعتبر النقط $A(2;1;3)$ ، $B(-3;-1;7)$ ، $C(3;2;4)$.

1) بين أن النقط السابقة ليست علي استقامة واحدة .

2) ليكن (d) المستقيم ذو التمثيل الوسيطى : $(t \in \mathbb{R})$
$$\begin{cases} x = -7 + 2t \\ y = -3t \\ z = 4 + t \end{cases}$$

• بينان المستقيم (d) عمودي علي المستوي (ABC) .

• اوجد معادلة المستوي (ABC) .

• إذا كانت H تقاطع (d) مع (ABC) . بين أن H هي مرجح الجملة : $\{(A;-2), (B;-1), (C;2)\}$.

• حدد طبيعة (Γ_1) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق : $(-2\overline{MA} - \overline{MB} + 2\overline{MC})(\overline{MB} - \overline{MC}) = 0$.

3) حدد طبيعة (Γ_2) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق : $\| -2\overline{MA} - \overline{MB} + 2\overline{MC} \| = \sqrt{29}$. وعين

عناصرها .

4) عين طبيعة وعناصر مجموعة النقط $(\Gamma_1) \cap (\Gamma_2)$

انتهى.

بالتوقيع

التمرين الاول:

f دالة عددية معرفة من اجل كل عدد حقيقي x بـ : $f(x) = 2 - \frac{(x-2)}{5}e^x$

(C) المنحنى الممثل لها في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (الوحدة 2cm)

(1) - (a) احسب النهايات f عند $-\infty$ و $+\infty$.

(b) بين أن (C) يقبل مستقيم مقارب (Δ) عين معادلته .

(c) عين احداثي A نقطة تقاطع (C) و (Δ) ، ثم ادرس الوضع النسبي بينهما.

(2) - (a) احسب f' ودرس إشارتها ثم شكل جدول تغيراتها.

(b) اكتب معادلة المماس (T) لـ (C) النقطة ذات الفاصلة 0.

(3) - (a) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $[2; 3]$. ثم عين حصر لـ α سعته 10^{-2} .

(b) أنشئ المستقيمين (Δ) و (T) و (C).

(4) - (a) دالة عددية معرفة علي $\square$ بـ : $g(x) = \frac{(x-3)}{5}e^x$.

(a) احسب g' ثم استنتج دالة أصلية لدالة f علي $\square$.

(b) احسب A مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C) و المستقيمت التي معادلاتها $x = 2$ و $x = 0$ و $y = 0$.

(تعطي القيمة المضبوطة A ثم القيمة المدورة إلي 10^{-2} .

التمرين الثاني:

الفضاء منسوب منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

نعتبر المستقيم (D) المعروف بـ :

$$\begin{cases} x - 2y - z + 8 = 0 \\ 2x + y + 3z - 9 = 0 \end{cases}$$

(1) بين أن الجملة (I) تعرف تمثيلا وسيطيا لـ (D) (I)

$$\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 5 - t \\ z = t \end{cases}$$

(2) عين المعادلة الديكارتية للمستوي (p) المار من النقطة $A(2 - \sqrt{3}; 2; -\sqrt{3})$ والعمودي علي (D).

(3) عين احداثي H المسقط العمودي لـ A علي (D).

(4) بين أن النقط السابقة ليست علي استقامة واحدة .

(5) نعتبر المستوي (p') ذو المعادلة $4x - y + z + 3 = 0$.

• حدد وضعية المستقيم (D) بالنسبة للمستوي (p')

• ثم حل الجملة :

$$\begin{cases} x - 2y - z = -8 \\ 2x + y + 3z = 9 \\ 4x - y + z = -3 \end{cases}$$

• ما طبيعة المثلث AHH' حيث $H'(-1; 2; 3)$.

التمرين الثالث:

نعتبر المتتالية (U_n) الهندسية حدودها موجبة حيث : $\ln(u_2) - \ln(u_4) = 4$ و $\ln(u_1) + \ln(u_5) = -12$

(1) بين أن أساس المتتالية (U_n) هو $q = \frac{1}{e^2}$ ثم عين حدها الأول u_0 .

(2) احسب U_n بدلالة n .

(3) أ- احسب المجموع $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$

ب- احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.

(4) لتكن المتتالية (V_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n بـ : $V_n = \ln u_n + \ln u_{n+1}$

أ- بين أن (V_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها.

ب- احسب المجموع S'_n حيث : $S'_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n$

ت- عين قيمة n حتى يكون $S'_n = 2^{30}$

التمرين الرابع :

نعتبر في $\square$ كثير الحدود : $p(z) = z^3 + 2z^2 - 16$.

(1) احسب $p(2)$.

(2) عين العددين الحقيقيين a و b حيث من اجل كل عدد مركب z : $p(z) = (z - 2)(z^2 + az + b)$

(3) حل المعادلة $p(z) = 0$.

(4) اكتب الحلول علي الشكل المثلثي ثم علي الشكل الآسي.

(5) في المستوي المركب نعتبر النقط $A; B; D$ ذات اللواحق $z_A = -2 - 2i$ ، $z_B = 2$ ، $z_D = -2 + 2i$.

عين z_C لاحقة النقطة C بحيث يكون متوازي أضلاع.

(6) بين أن $z_E = 6$ لاحقة E صورة C بالدوران الذي مركزه B وزاويته $-\frac{\pi}{2}$.

(7) بين أن $z_F = -4 + 6i$ لاحقة F صورة C بالدوران الذي مركزه D وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

(8) تحقق أن $\frac{z_F - z_A}{z_E - z_A} = i$ ثم استنتج طبيعة المثلث AEF .

_____ . انتهى .

بالتوقيع